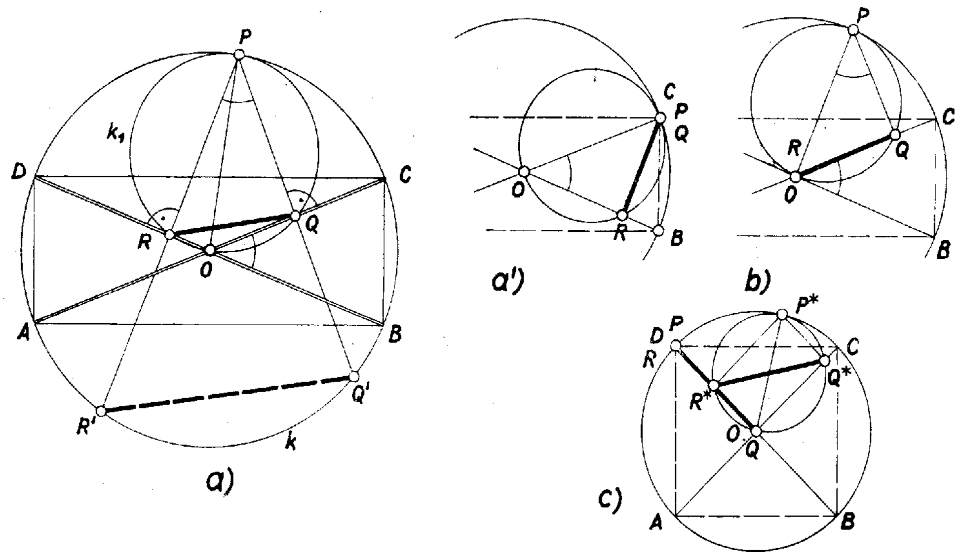
Legyenek a téglalap átlói AC és BD, metszéspontjuk, a körülírt k kör középpontja, O, és a k kör tetszés szerinti P pontjából az átlókra bocsátott merőlegesek talppontja Q, ill. R, lásd az ábra a) részét; tegyük fel egyelőre, hogy különböznek O-tól.

Az OP sugár Q-ból is, R-ből is derékszögben látszik, így Q és R az OP szakasz fölé írt k_1 Thalész–körnek az átlókkal való (O-tól különböző) metszéspontjai; a kérdéses QR szakasz k_1 húrja. A húr O-ból vett látószöge az átlók közti szögek valamelyike (amelyek egymás kiegészítő szögei).

Másrészt P bármely helyzetében a Thalész–kör átmérője ugyanakkora. Egyenlő átmérőjű körökben egyenlő vagy egymást $180°$-ra kiegészítő kerületi szögekhez egyenlő húrok tartoznak, ezért QR hossza állandó.



Eredményünk akkor is érvényes, ha Q és R egyike O-ba esik, és a másik különbözik P-től. Ekkor arra hivatkozunk, hogy QR-nek P-ből vett látószöge az átlók közti szöggel egyenlő, mert merőleges szárú szögek (az ábra b) része).

Ha Q és R egyike O-ba, másika P-be esik – és így QR látószöge sem O-ból, sem P-ből nem értelmezhető –, akkor a téglalap átlói merőlegesek, vagyis négyzettel állunk szemben, és P az egyik csúcsban van. A mondott helyzetben QR egyenlő k sugarával, míg P más helyzeteiben a $PQOR$ idom téglalap, és így $QR = OP = r$ (az ábra c) része). – Ezzel az állítás bizonyítását befejeztük.

Dőry Anna (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

Megjegyzés. A fentivel lényegében azonos bizonyítást kapunk, ha PQ-t és PR-et meghosszabbítjuk a k-val való második metszéspontjukig, mert ekkor k_1-et P-ből kétszeresére nagyítva vittük át k-ba.

Langer Tamás (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)