a) A feltevés szerint van olyan R és S polinom, hogy $D \cdot R = P$ és $D \cdot S = Q$. Ekkor $P + Q = D(R + S)$, $P - Q = D(R - S)$. Itt $R + S$ és $R - S$ polinomok, mert két polinomnak összege is, különbsége is polinom, ezért $P + Q$ is, $P - Q$ is valóban osztható D-vel.

Az állításból könnyen következik megfordítása is: ha a D polinom osztója a $T = P + Q$ és $U = P - Q$ polinomoknak, akkor osztója P-nek és Q-nak is.

Valóban $P = \frac{1}{2}T + \frac{1}{2}U$, $Q = \frac{1}{2}T - \frac{1}{2}U$ és itt $\frac{1}{2}T$ és $\frac{1}{2}U$ is polinomok és oszthatók D-vel, mert ha $T = V \cdot D$ és $U = W \cdot D$, ahol V és W polinom, akkor $\frac{1}{2}V$ és $\frac{1}{2}W$ is polinom.

b) Az adott racionális tört kifejezés P számlálójának és Q nevezőjének összegén és különbségén könnyen fölismerjük, hogy van közös polinom-osztójuk:

$$P + Q = T = 2x^3 + 4x^2 + 6x = 2x(x^2 + 2x + 3),$$
$$P - Q = U = 6x^2 + 12x + 18 = 6(x^2 + 2x + 3),$$

eszerint $x^2 + 2x + 3 = D$ közös osztója P-nek és Q-nak is, $P = (x + 3)D$, $Q = (x - 3)D$, és a tört D-vel egyszerűsített alakja:

$$\frac{x + 3}{x - 3} = 1 + \frac{6}{x - 3}.$$

Látjuk, hogy ez az alak tovább nem egyszerűsíthető.

(Az egyszerűsítő tényező $(x + 1)^2 + 2$ alakban írható, mindig pozitív, így az egyszerűsítés nem változtatta meg a tört értelmezési tartományát.)

Perémy Gábor (Budapest, Szilágyi E. g. I. o. t.)