

I. Válasszuk hosszúságegységnek a gyertyák közös hosszát. Az  $A$  gyertya óránként  $1/3$  egységgel rövidül, a  $B$  gyertya óránként  $1/5$  egységgel, így hosszuk  $t$  óra elteltével (ha  $0 \leq t \leq 3$ )  $1 - t/3$ , ill.  $1 - t/5$  egység. Hosszaik arányát  $1 : k$ -val jelölve

$$\frac{1 - t/3}{1 - t/5} = \frac{15 - 5t}{15 - 3t} = \frac{1}{k}, \text{ amiből } t = \frac{15k - 15}{5k - 3},$$

és így a fényképfelvétel kérdéses időpontja rendre

$$\begin{aligned} k = 2 \text{ esetén} & \quad t_2 = 15/7 \text{ óra} \approx 2 \text{ óra } 9 \text{ perc,} \\ k = 3 \text{ esetén} & \quad t_3 = 30/12 \text{ óra} = 2 \text{ óra } 30 \text{ perc,} \\ k = 4 \text{ esetén} & \quad t_4 = 45/17 \text{ óra} \approx 2 \text{ óra } 39 \text{ perc.} \end{aligned}$$

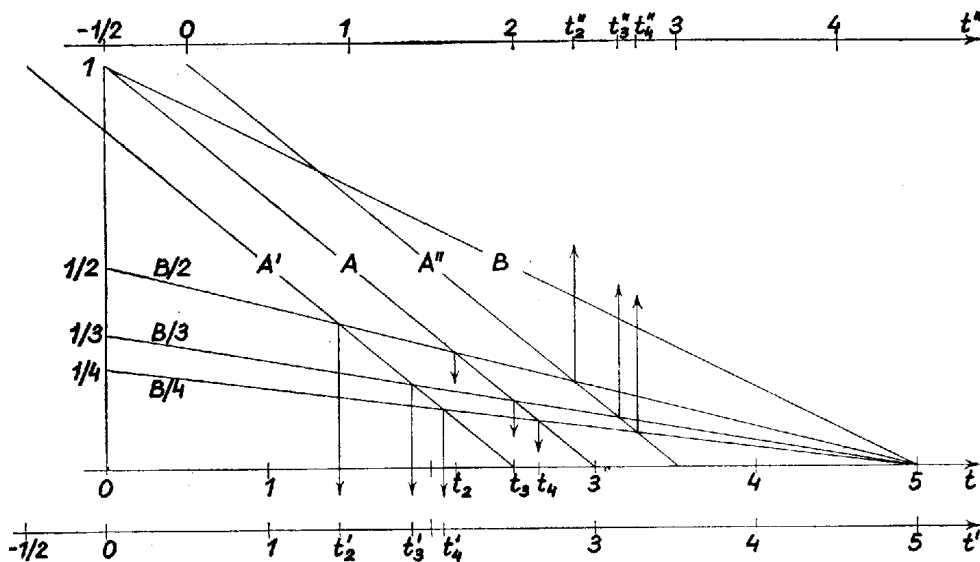
Tegyük fel, hogy a korábban meggyújtott gyertya  $A$ -minőségű volt. Ekkor a hossza a másik gyertya meggyújtásáig ( $1/2$ ) :  $3 = 1/6$  egységgel, azaz  $5/6$ -ra rövidült, és így, az időt tovább a második gyertya meggyújtásától mérve, a fenti számítás csak annyiban módosul, hogy  $1 - t/3$  helyére  $5/6 - t/3 = (5 - 2t)/6$  lép:

$$\begin{aligned} \frac{(5 - 2t)/6}{1 - t/5} = \frac{1}{k} \text{-ből} & \quad t = \frac{25k - 30}{10k - 6}, \text{ és így} \\ t'_2 = \frac{20}{14} \approx 1^h 26^m, & \quad t'_3 = \frac{45}{24} \approx 1^h 53^m, \quad t'_4 = \frac{70}{34} \approx 2^h 4^m. \end{aligned}$$

Ha először a  $B$ -minőségű gyertyát gyújtották meg, akkor ennek hosszát, mint a második gyertya meggyújtásától eltelt  $t$  idő függvényét a  $9/10 - t/5 = (9 - 2t)/10$  kifejezés adja meg, ugyanis az első félóra alatt  $1/10$  része égett el. Ezt írva az első számításban,  $1 - t/5$  helyére

$$\begin{aligned} \frac{1 - t/3}{(9 - 2t)/10} = \frac{1}{k} \text{-ből} & \quad t = \frac{30k - 27}{10k - 6}, \text{ és így} \\ t''_2 = \frac{33}{14} \approx 2^h 21^m, & \quad t''_3 = \frac{63}{24} \approx 2^h 38^m, \quad t''_4 = \frac{93}{34} \approx 2^h 44^m. \end{aligned}$$

(Nem lehetséges, hogy a később meggyújtott  $A$ -minőségű gyertya hossza legyen a másiknak a 2-szerese, mert a meggyújtáskor  $10 : 9$  az arányuk, és ez csak csökken, már  $3/4$  óra múlva beáll a  $k = 1$  értékhez tartozó egyenlőség.)



II. Jelöljük a két gyertya hosszát is, mint az idő függvényét  $A$ -val, ill.  $B$ -vel; így egyszerre történt meggyújtás esetén  $A = 1 - t/3$ ,  $B = 1 - t/5$ , és a két függvényt az ábra egyenesszakaszai ábrázolják, amíg értékük 1-ről 0-ra csökken. A kért időpontokban  $A = B/k$ , ezért berajzoljuk a  $B$ -gyertya hosszának felét, harmadát, negyedét megadó  $B/2$ ,  $B/3$ ,  $B/4$  függvény képét is, és leolvassuk ezeknek az  $A$  függvény képével való metszéspontjához tartozó idő-értéket, hiszen a metszéspont, a közös pont, azt fejezi ki, hogy abban a pillanatban az  $A$  és a  $B/k$  függvény értéke egyenlő.

A második esetben az  $A$  grafikon előre tolódik  $1/2$  órával, a harmadik esetben pedig a  $B$  grafikon, és ekkor természetesen a három berajzolt  $B/k$  grafikon is előre tolódik, az idő leolvasása ugyanúgy történik. Az ábrán az  $A$  grafikonat toltuk hátra  $1/2$  órával, és fönt újra skáláztuk az idő-tengelyt.