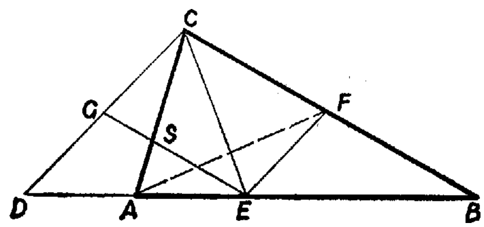
I. megoldás. D-nek A-ra való E tükörképe harmadolja az AB oldalt. Így BE kétszer akkora, mint AE, arányuk a feltevés első része szerint éppen egyenlő BC és AC arányával, ezért CE az ACB szög felezője.



A feltevéseket ismét felhasználva A-nak a szögfelezőre való F tükörképe felezi a BC oldalt, másrészt E felezi a BD szakaszt, ezért FE a BCD háromszög CD-vel párhuzamos középvonala. Így

$$CD = 2FE = 2AE = 2AD,$$

ezt kellett bizonyítanunk.

Bernus Péter (Budapest, Fazekas M. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Az utolsó lépésben így is okoskodhatunk: CD és EF párhuzamos voltát és a tükrözést tekintetbe véve

$$DCE\sphericalangle = CEF\sphericalangle = CEA\sphericalangle = CED\sphericalangle,$$

a CDE háromszög egyenlő szárú, $CD = ED = 2\ AD$.

Gunda Tamás (Debrecen, Kossuth L. gyak. g. II. o. t.)

II. megoldás. Kössük össze CD-nek G felezőpontját D-nek A-ra való E tükörképével. Ekkor CA és EG a CDE háromszög súlyvonalai, ezért S metszéspontjuk e háromszög súlypontja.

E felezi a DB szakaszt, mert $DE = 2DA = 2AB/3 = EB$, így GE, mint a BCD háromszög BC oldalával párhuzamos középvonala, fele akkora, mint BC, tehát egyenlő CA-val.

Így a CDE háromszög mondott súlyvonalai egyenlők, a súlypont harmadoló tulajdonsága miatt $SA = SG$, $SE = SC$, az SAE és SGC háromszögek egybevágók, ennélfogva $AE = GC$, és $2AE = 2AD = 2GC = DC$, az állításnak megfelelően.

Langer Tamás (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Mellőzhetjük az S pont felhasználását, ha itt is kimondjuk CE szögfelező voltát. Ekkor $CEG\sphericalangle = ECB\sphericalangle = ECA\sphericalangle$, az ACE és CEG háromszögek egybevágók, tehát $AE = GC$.