

I. megoldás. Vegyük észre, hogy mind a négy zárójelbeli kifejezés egyszerűen állítható elő a következő kettőből: $a + b + c - d = e$, $a + c = f$. Ezekkel, két-két négyzet különbségét szorzattá alakítva

$$\begin{aligned} K &= (e + f)^2 - (2e + f)^2 - (3e + f)^2 + (4e + f)^2 = \\ &= (-e)(3e + 2f) + e(7e + 2f) = 4e^2 = (2a + 2b + 2c - 2d)^2. \end{aligned}$$

Langer Tamás (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

II. megoldás. Fejtsük ki a négyzeteket és állapítsuk meg külön-külön K -ban az egynevé tagok összegét. a^2 és c^2 együttthatója $2^2 - 3^2 - 4^2 + 5^2 = 4$, ac együttthatója pedig 2-szer ennyi: 8, ezek a tagok együtt $(2a + 2c)^2$ -et adják. Hasonlóan b^2 és d^2 együttthatója $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 4$, $a - bd$ szorzatá ismét 2-szer ennyi, e három tag összege $(2b - 2d)^2$. Végül az ab , cb , $-ad$, $-cd$ szorzatok együttthatója egyformán $2(2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4) = 8$, összegük

$$8(ab + cb - ad - cd) = 8(a + c)(b - d) = 2(2a + 2c)(2b - 2d),$$

az előzőkben összefoglalt négyzetek alapjainak 2-szeres szorzata. Így

$$K = [2(a + b) + 2(b - d)]^2.$$

Takács László (Sopron, Széchenyi I. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Az együttthatókban látott meglepő ismétlődés az

$$xy - (x + 1)(y + 1) - (x + 2)(y + 2) + (x + 3)(y + 3) = 4$$

azonosság következménye. A négyzetes tagok együttthatóinak esetében $y = x$.