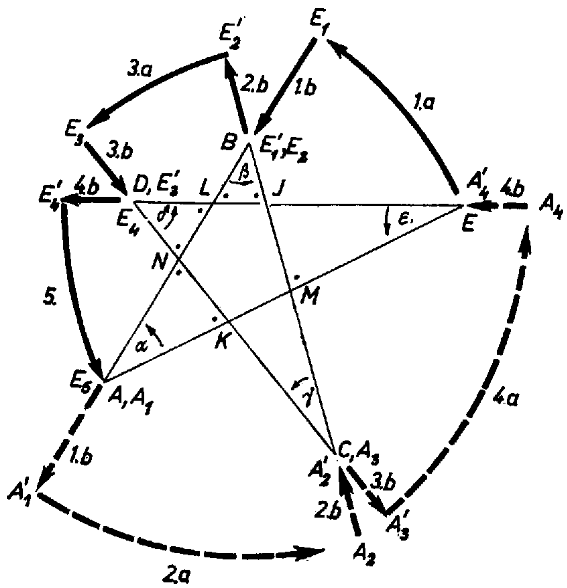
I. megoldás. Az ábra jelöléseit használjuk (a BC és DE egyenesek közös pontja J és í. t.).



A háromszög külső szögére ismert tételt alkalmazzuk először a BCN, majd az NDL háromszögre:

$$\beta + \gamma = ABC\sphericalangle + BCD\sphericalangle = NBC\sphericalangle + BCN\sphericalangle = BND\sphericalangle = LND\sphericalangle,$$
$$LND\sphericalangle + NDL\sphericalangle = NLE\sphericalangle, \quad \text{ahol} \quad NDL\sphericalangle = CDE\sphericalangle = \delta,$$

így

$$\beta + \gamma + \delta = NLE\sphericalangle = ALE\sphericalangle.$$

Ehhez hozzáadva az $\varepsilon = DEA\sphericalangle = LEA\sphericalangle$-et és $\alpha = EAB\sphericalangle = EAL\sphericalangle$-et, az AEL háromszög szögeinek összegét kapjuk, tehát $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180°$.

Élthes Eszter (Budapest, I. István g. I. o. t.)

II. megoldás. A kérdéses szögek összegét úgy kapjuk, hogy a BJL, CKM, DLN, EMJ és ANK háromszögek belső szögeinek $5 \cdot 180°$ összegéből kivonjuk e háromszögek J, K, L, M, N csúcsánál levő belső szögek összegét (az ábrán pont van a száraik között). E 10 szög közül 2–2 egymásnak csúcsszöge, és így egyenlő, és mindegyik egy külső szöge a $JMKNL$ közönséges ötszögnek; így a fenti kivonandó egyenlő e külső szögek összegének 2-szeresével.

A közönséges ötszög mindegyik csúcsánál a belső és a külső szög összege $180°$, ezért a külső szögek összegét úgy kapjuk, hogy $5 \cdot 180°$-ból kivonjuk a belső szögek összegét. Ez, mint ismeretes, $3 \cdot 180°$, tehát a külső szögek összege $2 \cdot 180°$, a fenti kivonandó $4 \cdot 180°$, ennélfogva a kérdéses összeg, a kivonás maradéka, $1 \cdot 180° = 180°$.

Bárász Péter (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)

III. megoldás. Járjuk körül az ötszöget a betűzés szerint az EA oldal egy belső pontjából, pl. K-ból elindulva. Ekkor egyrészt sorra az A, B, C, D, E csúcsoknál kell fordulnunk az α, β, γ, δ, ill. ε szögek kiegészítő szögével, másrészt két teljes fordulatot tettünk meg. Így

$$180° - \alpha + 180° - \beta + 180° - \gamma + 180° - \delta + 180° - \varepsilon = 720°,$$
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180°.$$

Herneczki István (Sopron, Széchenyi I. g. I. o. t.)

IV. megoldás. A kérdéses $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$ összeg tekinthető az AE szakasz irányváltozásának a következő mozgás-sorozat folyamán. Az AE szakasz

1. *a)* A körül ráfordul ($180°$-nál kisebb elfordulással) az AB félegyenesre, új helyzete $A_1E_1 = AE_1$;
1. *b)* (ha kell,) úgy tolódik el (az AB egyenes mentén), hogy E_1 a B-be jusson, új helyzete $A_1'E_1' = A_1'B$;
2. *a)* B (azaz E_1') körül ráfordul a BC félegyenesre: $A_2E_2 = A_2B$;
2. *b)* (ha kell,) az $A_2'E_2' = CE_2'$ helyzetbe tolódik;
3. *a)* az $A_3E_3 = CE_3$ helyzetbe fordul;
3. *b)* (ha kell,) az $A_3'E_3' = A_3'D$-be tolódik;
4. *a)* $A_4E_4 = A_4D$-be fordul;
4. *b)* (ha kell,) $A_4'E_4' = EE_4'$-be tolódik;
5. EA-ba fordul.

A mozgás-sorozat felcserélte A és E helyzetét, az AE irány $180°$-kal fordult el; minden forgás ugyanabban az irányban történt (az ábrán a pozitív forgás irányában), így a vizsgálandó összeg értéke $180°$.