

**I. megoldás.** Legyen a két szám tízes számrendszerbeli alakja  $\overline{ABCD}$  és  $\overline{DCBA}$ . Szorzatuk osztható  $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ -nel, így 10-zel is, viszont az egyes helyi értékű  $D$  és  $A$  jegyek egyike sem 0, mert a másik számban elől állnak, ezért  $D$  és  $A$  egyike, mondjuk  $A = 5$ , másika,  $D$ , a 2, 4, 6, 8 számjegyek valamelyike. Így  $\overline{ABCD}$  nem osztható 5-tel, tehát  $\overline{DCBA}$  osztható  $5^3 = 125$ -tel,  $\overline{ABCD}$  pedig  $2^3 = 8$ -cal. Mindkét oszthatóság az utolsó 3 jeggyel írt számról ismerhető fel, ezért  $\overline{CBA}$  a 125, 375, 625 és 875 számok valamelyike,  $D$  pedig az a számjegy, amelyet a számok fordítottjának végére írva az  $\overline{521D}$ ,  $\overline{573D}$ ,  $\overline{526D}$ , ill.  $\overline{578D}$  négyjegyű szám utolsó 3 jegyével írt szám osztható 8-cal. Az első esetben 212 és 218 között csak 216 osztható 8-cal, vagyis  $D = 6$ , és egy megoldás  $5216 \cdot 6125$ . Hasonlóan a további 3 esetből is egy-egy megfelelő számpár adódik:  $5736 \cdot 6375$ ,  $5264 \cdot 4625$  és  $5784 \cdot 4875$ . Más megoldás nincs.

*Bulkai Tamás* (Győr, Benedek-rendi Czuczor G. g. I. o. t.)

**II. megoldás.** A fenti jelöléseket tovább használva a  $(10^3A + 10^2B + 10C + D)(10^3D + 10^2C + 10B + A)$  szorzat kifejtésének azokat a tagjait tekintjük, amelyekben 10 kitevője kisebb 3-nál:

$$(1) \quad 10^2(DC + CB + BA) + 10(DB + CA) + DA,$$

és a számjegyekre abból keresünk feltételeket, hogy itt az utolsó tag 10-zel, az utolsó két tag összege 100-zal, a teljes kifejezés pedig 1000-rel osztható.

Legyen ismét  $A = 5$ , továbbá  $D = 2k$ , ahol  $k$  az 1, 2, 3, 4 számok valamelyike. Ezekkel az utolsó két tag összege,

$$10[k(2B + 1) + 5C],$$

csak akkor osztható 100-zal, ha  $2B + 1$  osztható 5-tel, vagyis ha  $B = 2$ , vagy 7, továbbá, mivel ekkor a kifejezés  $50(k + C)$ , ill.  $100k + 50(k + C)$ , ha még a zárójel páros,  $k + C = 2m$ .

Még azt kell vizsgálnunk, mely feltételek mellett osztható 20-szal (1)-nek 50-ed része:

$$(B = 2 :) \quad 5(C + 4) + (4C + 1)k = 4(kC + C + 5) + k + C, \quad \text{ill.}$$

$$(B = 7 :) \quad 5(3C + 14) + (4C + 3)k = 4(kC + 3C + 17) + 3(k + C) + 2.$$

Az 5-tel, ill. 4-gyel való oszthatóság feltétele:  $B = 2$  esetén:  $4C + 1 = 5p$ ,  $k + C = 4q$  (az utóbbi magában foglalja  $k + C = 2m$ -et), ami egyrészt  $C = 1$  és  $k = 3$ , vagyis  $D = 6$  esetén teljesül, másrészt  $C = 6$  és  $k = 2$ ,  $D = 4$  esetén;  $B = 7$  esetén pedig  $4C + 3 = 5p$ ,  $3(k + C) + 2 = 4q$ , amiből hasonlóan  $C = 3$ ,  $k = 3$ ,  $D = 6$ , ill.  $C = 8$ ,  $k = 2$ ,  $D = 4$ . Ismét a fenti 4 megoldást kaptuk.

*Eff Lajos* (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)