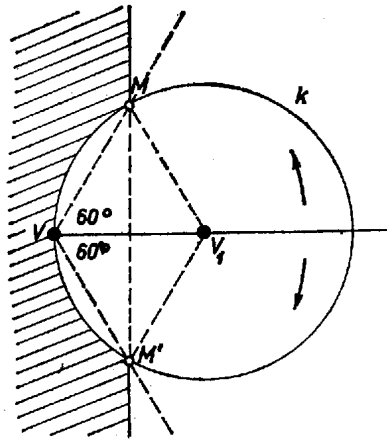


**I. megoldás.** Megmutatjuk, hogy a feltevések miatt egy városba sem repülhetett 5-nél több repülőgép. Legyen  $V$  olyan város, ahol legalább két repülőgép szállt le, és két ilyen gép felszállási városa  $V_1, V_2$ . Ekkor  $V_1V < V_1V_2$ , és  $V_2V < V_2V_1$ , vagyis a  $VV_1V_2$   $\Delta$  legnagyobb oldala  $V_1V_2$ , ezért legnagyobb szöge  $V$ -nél van, és a másik két szög határozottan kisebb ennél. Így a mondott szög nagyobb  $60^\circ$ -nál. (Akkor is fennáll  $V_1VV_2 < 60^\circ$ , ha városok nem alkotnak háromszöget, egy egyenesen vannak, mert ekkor  $V$  csak a  $V_1V_2$  szakasz belső pontja lehet.)

Indexezzük most azokat a  $V_1, V_2, \dots$  városokat, ahonnet a repülőgép  $V$ -be repült, abban a sorrendben, amelyben egy a  $V$ -ből kiinduló félegyenes áthalad rajtuk, miközben egy tetszés szerinti (pl. keletre mutató) helyzetéből kiindulva egyszeri körülfordulás után ugyanoda visszatér. Ekkor a  $V_1VV_2, V_2VV_3, V_3VV_4, \dots$  szögtartományok egyikében sincs további megjelölt város, valamint abban sincs, amelyet a legnagyobb indexű város átlépése után  $V_1$  átlépéséig súrol a félegyenes.

Mint láttuk, mindegyik ilyen szög nagyobb  $60^\circ$ -nál (lehet köztük  $180^\circ$ -nál nagyobb is), összegük  $360^\circ$ , így számuk kisebb a  $360^\circ/60^\circ$  hányadosnál, 6-nál. Ezt akartuk bizonyítani.

*Szalay Sándor* (Debrecen, Kossuth L. gyak. g. II. o. t.)



**II. megoldás.** Legyen  $V_1$  olyan város, ahonnet  $V$ -be repült át a gép. Ekkor a  $V_1$  körül  $V_1V$  sugárral írt  $k$  kör belsejében nincs város – és a kerületén is  $V$  az egyetlen. A  $VV_1$  szakasz  $f$  felező merőlegesén nincs város, az ettől  $V_1$  felé eső oldalon levő városokból pedig vagy  $V_1$ -ben, vagy annál is közelebbi városban szálltak le a gépek. Ezek szerint bármely olyan további gép, amely  $V$ -ben szállt le, csak az ábra vonalkázott síkrészében szállhatott fel.  $k$  és  $f$  metszéspontjait  $M$ -mel,  $M'$ -vel jelölve  $V_1VM < = V_1VM' < = 60^\circ$ , ezért a  $VV_1$  félegyeneset akár  $M$ , akár  $M'$  felé forgatva csak  $60^\circ$ -nál nagyobb forgás után találhatunk olyan várost, amelynek gépe  $V$ -ben szállt le.

Ebből az I. megoldás módján továbbhaladva fejezhetjük be a bizonyítást.

*Horváth Sándor* (Budapest, I. István g. I. o. t.)