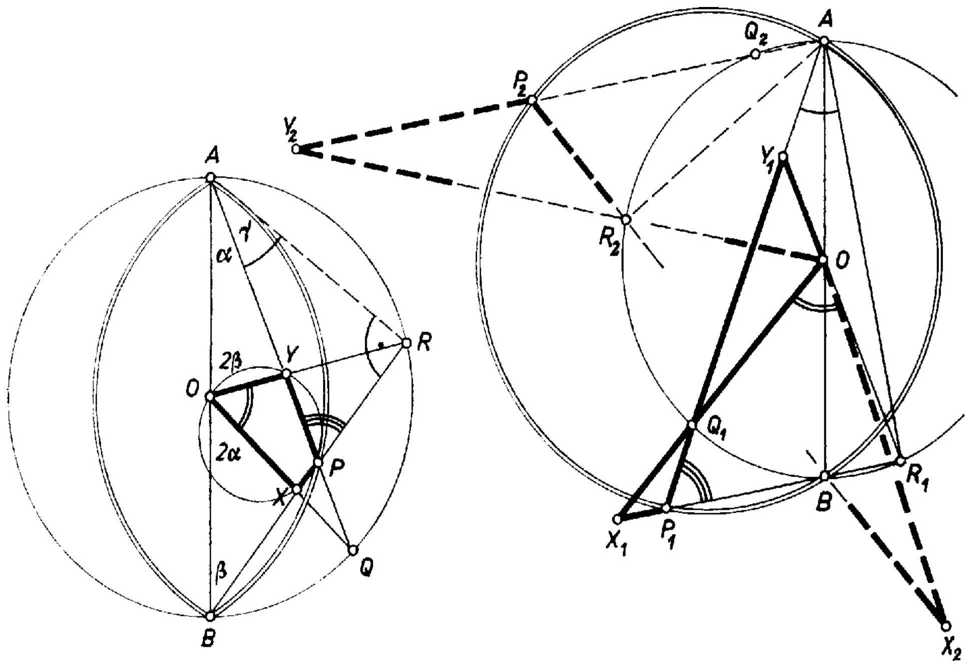

Fejezzük ki az $OXPY$ négyszög O-nál és P-nél levő szögét az APB háromszög A-nál és B-nél levő α, ill. β szögével. Felhasználva a kerületi és középponti szögek közti összefüggést is,

$$\begin{aligned} XOY\sphericalangle &= QOR\sphericalangle = 180^\circ - BOQ\sphericalangle - ROA\sphericalangle = \\ &= 180^\circ - 2(BAQ\sphericalangle + RBA\sphericalangle) = 180^\circ - 2(\alpha+\beta); \\ XPY\sphericalangle &= BPA\sphericalangle = 180^\circ - (\alpha+\beta). \end{aligned}$$

Így, ha a négyszög húrnégyszög, akkor

$$XOY\sphericalangle + XPY\sphericalangle = 360^\circ - 3(\alpha+\beta) = 180^\circ, \tag{1}$$

azaz $\alpha+\beta = 60^\circ$, és $APB\sphericalangle = 120^\circ$; megfordítva, ha ez a szögösszefüggés fennáll, akkor (1) is.

Eszerint a keresett mértani hely annak a két körívnek a kör belsejébe eső pontjaiból áll, amelyekről az AB átmérő 120° alatt látszik, vagyis ebből a két körívből, a végpontjaik kivételével.

Erdődy Gabriella (Budapest, XI., Villányi úti ált. isk. 8. o. t.)

Megjegyzések. 1. Valamivel még egyszerűsödik a számítás, ha a rövidebb QR íven nyugvó γ kerületi szöggel fejezzük ki az O-nál és P-nél keletkező szöget: $XOY\sphericalangle = QOR\sphericalangle = 2\gamma$, $XPY\sphericalangle = BPA\sphericalangle = BRA\sphericalangle + QAR\sphericalangle = 90^\circ + \gamma$, mint az APR háromszög külső szöge; $OXPY$ pedig akkor és csak akkor húrnégyszög, ha $\gamma = 30^\circ$, azaz $APB\sphericalangle = 120^\circ$.

Sarkadi Nagy István (Debrecen, Ref. Koll. g. II. o. t.)

2. Ha a körön kívüli P pontokat is megengedünk, ilyenekre O, P, X és Y akkor és csak akkor fekszik egy körön, ha $QOR\sphericalangle = 2\gamma = APB\sphericalangle = 90^\circ - \gamma$, amiből $APB\sphericalangle = 60^\circ$ adódik. Ezek a pontok tehát a föntebb talált köríveket teljes körré kiegészítő íveket alkotják, kiveendő azonban a külső ívek felezőpontja, mert P-t ott véve X is Y nem jön létre.