

Legyenek a keresett háromszög szögei α , β és γ , és válasszuk a jelölést úgy, hogy α -nál ne legyen kisebb szög, és γ -nál ne legyen nagyobb, vagyis

$$(1) \quad \alpha \leq \beta \leq \gamma \leq 90^\circ$$

A kérdéses δ legkisebb eltérés csak az (1)-ben szomszédos párok

$$(2) \quad \delta_1 = \beta - \alpha, \quad \delta_2 = \gamma - \beta, \quad \delta_3 = 90^\circ - \gamma$$

különbségeinek valamelyike lehet – ill. lehet többjük is, ha egyenlők –, mert a nem szomszédos párok különbsége nem lehet kisebb, ezért

$$(3) \quad \delta \leq \delta_1, \quad \delta \leq \delta_2, \quad \delta \leq \delta_3.$$

A (2) különbségek összege

$$(4) \quad \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 90^\circ - \alpha.$$

Másrészt

$$(5) \quad \begin{aligned} \beta &= \alpha + \delta_1, & \gamma &= \beta + \delta_2 = \alpha + \delta_1 + \delta_2, & \text{így} \\ \alpha + \beta + \gamma &= 3\alpha + 2\delta_1 + \delta_2 = 180^\circ. \end{aligned}$$

α -t (4)-ből kifejezve és (5)-be helyettesítve

$$\delta_1 + 2\delta_2 + 3\delta_3 = 90^\circ.$$

Itt δ_1 , δ_2 , δ_3 helyére (3) alapján a nem nagyobb δ -t írva a bal oldal értéke kisebb lesz, vagy változatlan marad

$$6\delta \leq 90^\circ.$$

Eszerint δ nem lehet nagyobb 15° -nál. Ezt az értékét viszont felveheti, ha mindhárom különbség egyenlő, azaz ha $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 15^\circ$. Ekkor

$$\gamma = 90^\circ - \delta_3 = 75^\circ, \quad \beta = \gamma - \delta_2 = 60^\circ, \quad \alpha = \beta - \delta_1 = 45^\circ,$$

ezek a legrszabálytalanabb hegyesszögű háromszög szögei.

Karsai István (Szeged, Radnóti M. g. I. o. t.)