I. megoldás. A követelmény így is írható:

$$0 < x \leq y \leq z. \tag{2}$$

Hozzáadva (1) mindkét oldalához x^2-et, a bal oldal tényezőkre bontható:

$$(x^2 + xy) + (yz + zx) = x(x + y) + z(x + y) = (x + y)(x + z) = 80 + x^2.$$

Eszerint x-et megválasztva, majd $80 + x^2$-et két természetes szám szorzatára felbontva, végül a kisebb tényezőt (ha a tényezők különbözők) $x + y$-nak, a nagyobbat $x + z$-nek véve, megoldást kapunk, hacsak a kisebb tényezőből x-et levonva, az y maradék nem kisebb x-nél, más szóval, ha a kisebb tényező legalább $2x$.

Legyen pl. $x = 1$, így

$$(y + 1)(z + 1) = 81 = 1 \cdot 81 = 3 \cdot 27 = 9 \cdot 9,$$

és az utóbbi két felbontásból egy-egy megoldást kapunk:

I.	$x = 1,$	$y = 2,$	$z = 26;$
II.	$1,$	$8,$	$8.$

x legnagyobb szóba jövő értéke 5, mert (1) bal oldalán mindegyik tényező helyett x-et írva a kifejezés csökken vagy változatlan marad, tehát $3x^2 \leq 80$.

Végigmenve az $x = 2,\ 3,\ 4,\ 5$ értékeken, a jobb oldalnak alább csak azokat a szorzat-felbontásait írjuk fel, amelyekben egyik tényező sem kisebb $2x$-nél. Az $x = 3$ próbálkozásból nem kapunk megoldást, mert $80 + 3^2 = 89$ prímszám, $x = 5$-ből pedig az előírt nagyságviszony miatt.

$$x = 2: \qquad 84 = 4 \cdot 21 = 6 \cdot 14 = 7 \cdot 12,$$

$$x = 4: \qquad 96 = 8 \cdot 12.$$

Ezekből a következő további megoldások adódnak:

III.	$x = 2,$	$y = 2,$	$z = 19;$
IV.	$2,$	$4,$	$12;$
V.	$2,$	$5,$	$10;$
VI.	$4,$	$4,$	$8.$

Eszerint a követelménynek megfelelő megoldások száma 6.

Megjegyzés. A megoldásban alkalmazott fogásra így is rájöhetünk. Próbálkozzunk $x = 1$-gyel. Így

$$y + z + yz = 80, \qquad y = \frac{80 - z}{z + 1} = \frac{81 - (z + 1)}{z + 1} = \frac{81}{z + 1} - 1,$$

tehát $z + 1$ osztója 81-nek. Általában

$$y = \frac{80 - xz}{x + z},$$

avégett, hogy az osztást itt is részben elvégezhessük, a számláló tagjait x^2-nel vagy z^2-nel kell növelnünk.

II. megoldás. Mint az I. megoldásban láttuk, $1 \leq x \leq 5$; y és z az

$$u^2 - (y + z)u + yz = 0$$

egyenlet u-ra adódó két gyöke, feltéve, hogy ezek x-nél nem kisebb egész számok. Ha $y + z$-t s-sel jelöljük, akkor $yz = 80 - xs$, tehát azokat az s értékeket kell megkeresnünk, amelyekre az

$$u^2 - su + (80 - xs) = 0$$

egyenlet gyökei x-nél nem kisebb egészek. Itt x-nek 1-től 5-ig az egész számok választandók.

Szükséges ehhez, hogy az egyenlet diszkriminánsa négyzetszám legyen:

$$D = (s + 2x)^2 - 4(80 + x^2) = t^2.$$

Innen

$$(s + 2x + t)(s + 2x - t) = 4(80 + x^2), \quad \text{és}$$

$$y,\ z = \frac{s \pm t}{2}.$$

Mivel a bal oldal két tényezője egyszerre páros vagy páratlan, a jobb oldal pedig páros, így mind a két tényező páros, $80 + x^2$-et $v \cdot w$ alakban írva, ahol $v \geq w$

$$s + 2x + t = 2v, \qquad s + 2x - t = 2w,$$

$$s = v + w - 2x, \qquad t = v - w,$$

$$y = \frac{s - t}{2} = w - x, \qquad z = \frac{s + t}{2} = v - x.$$

x szóba jövő értékeit végigpróbálva az I. megoldásban talált 6 értékhármast kapjuk.