I. megoldás. Bontsuk tagokra az első egyenlet bal oldalát, és rendezzük egy oldalra a $\sqrt{3}$-at tartalmazó tagokat:

$$A^2 + 3B^2 - (10C + D) = (10B + C - 2A \cdot B)\sqrt{3}.$$

Ez csak úgy állhat fenn, ha mind a két oldalon 0 áll, mert különben a bal oldalon egész szám állna, a jobb oldalon pedig nem. Így a számjegyekre két egyenletet kapunk, és a második feltételi egyenletből további kettőt:

$$A^2 + 3B^2 = 10C + D, \tag{1}$$

$$A^2 + 3C^2 = 10D + C, \tag{2}$$

$$2A \cdot B = 10B + C, \tag{3}$$

$$2A \cdot C = 10C + D. \tag{4}$$

Itt egyrészt egyik számjegy sem lehet 0, mert az eredeti egyenletekben fellép önállóan vagy kezdő jegy gyanánt. Másrészt a különböző betűket különböző számjegyeknek tekintjük.

Megmutatjuk, hogy mind a négy keresett számjegy páros. (3)-ban a bal oldal páros, ezért jobbról C páros. Így (4) bal oldala osztható 4-gyel, és mivel jobbról $10C$-re is ez áll, azért D osztható 4-gyel. Így (2)-ben a jobb oldal és a $3C^2$ tag páros, azért A^2, és vele A is páros, tehát a bal oldal osztható 4-gyel, ezért C is osztható 4-gyel, ennélfogva (1)-ben a jobb oldal és az A^2 tag osztható 4-gyel, így B^2 is osztható 4-gyel, B páros. Ezek szerint C és D értéke csak 4 és 8 lehet valamelyik sorrendben, A és B értéke pedig valamelyik sorrendben 2 és 6. (3)-ból

$$A = \frac{10B + C}{2B} = 5 + \frac{C}{2B} > 5,$$

eszerint csak $A = 6$ lehet, így $B = 2$, $C/2B = 1$, $C = 2B = 4$, és végül $D = 8$. Ez az értékrendszer valóban mindkét feltételt kielégíti:

$$(6 + 2\sqrt{3})^2 = 48 + 24\sqrt{3}, \qquad (6 + 4\sqrt{3})^2 = 84 + 48\sqrt{3}.$$

Bély Miklós (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Könnyen látható, hogy ha valamelyik jegy 0, akkor mind az, tehát a 0 jegyek megengedése csupán ezt a triviális megoldást adja a fentihez. A következő megoldás azt is fogja mutatni, hogy nem eredményez ezen kívül új megoldást az sem, ha megengedjük, hogy különböző betűk esetleg egyező jegyeket is jelenthessenek.

II. megoldás. Az I. megoldás (1)–(4) egyenleteiből indulunk ismét ki. A (3) és (4) egyenletből

$$C = 2(A - 5)B, \qquad D = 2(A - 5)C = 4(A - 5)^2 B.$$

Ha itt $B = 0$, akkor $C = D = 0$, és pl. (2)-ből $A = 0$ adódik, amit nem tekintünk megoldásnak. Ha $B \neq 0$, akkor $A = 5$ vagy 6, mert D csak így lesz számjegy. Az $A = 5$ lehetőség ellentmondásra vezet, mert ekkor is $C = D = 0$, de akkor a második kiindulási egyenlőség nem teljesülhet.

Eszerint csak $A = 6$ lehetséges. Ekkor $C = 2B$, $D = 4B$, és az (1) és (2) egyenletekbe ezeket behelyettesítve

$$36 + 3B^2 = 24B, \qquad 36 + 12B^2 = 42B.$$

Az első 4-szereséből levonva a másodikat

$$108 = 54B, \ B = 2, \text{ s így } C = 4, \ D = 8.$$