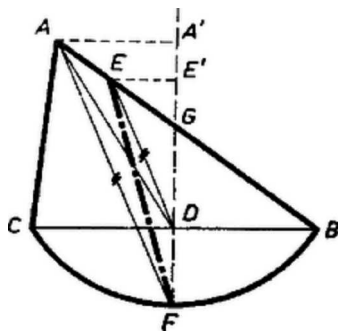


I. megoldás. Írjuk a kívánt körívet az ABC háromszög BC oldala fölé, és legyen az ív felezőpontja F . Ha $AB = AC$, akkor a kérdéses szakasz nyilván FA , ezért a továbbiakban feltesszük, hogy $AB > AC$ (amit szükség esetén a B és C jelölések felcserélésével elérhetünk).



1. ábra

A BC oldal felezőpontját D -vel jelölve az FD szakasz felezi a körszelet területét, DA pedig a háromszögét. Így a BA, AD, DF szakaszokkal és az FB körívvel határolt S_1 rész-idom területe fele a körszeletből és a háromszögből álló S idom területének.

A megtört FDA határ helyett szerkesztenünk kell a követelmény szerint olyan E pontot S határán, melyre az FEB idom területe megegyezik S_1 területével. Az utóbbi az $ADF\Delta$ területével, az előbbi pedig az $AEF\Delta$ -ével kisebb az FAB idom területénél, tehát e két háromszög területének is egyenlőnek kell lennie, és mivel AF oldaluk közös, az erre merőleges magasságuk egyenlő, azaz $DE \parallel AF$. Ez egyben megadja a szerkesztés módját is: az E pontot a D -n át AF -fel párhuzamosan húzott egyenes metszi ki AB -ből.

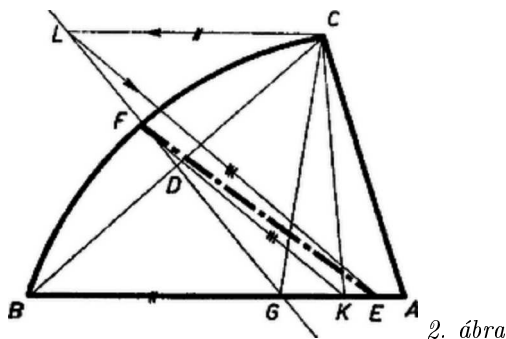
Az FE szakasz csak akkor felel meg a feladat feltételének, ha egész hosszában az S idomban halad, más szóval, ha metszi a BC szakaszt. Szélső eset, ha FE áthalad C -n, ekkor S másik része az FC húr fölötti körszeletből és a CAE háromszögből áll, egyetlen közös pontjuk C . Ha FE a C -n túl metszi a BC egyenest, akkor az FBE idom az S -be nem tartozó területrészt is tartalmaz, ekkor a feladat nem oldható meg.

Vicsek Tamás (Budapest, Radnóti M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Ugyanerre a végrehajtásra vezet a következő megfontolás is. AB és FD metszéspontját G -vel jelölve a (rövidebb) GD alapú GDA háromszög helyett (hosszabb) GF alapú GFE háromszöget kívánunk csatolni a GFB idomhoz. Évégezt E -t úgy kell meghatározni, hogy teljesüljön $GF \cdot EE' = GD \cdot AA'$ (EE', AA' a magasságok), ill. egy hasonló háromszög-pár felhasználásával átalakítva

$$E'E : A'A = GE : GA = GD : GF,$$

és ez teljesül, ha $DE \parallel FA$.



2. ábra

II. megoldás (a szerkesztésre). Legyen (a fenti jelöléseken felül) K a GA szakasz felezőpontja. S -nek $BFCG$ rész-idomát az FG szakasz, a GCA háromszöget a CK szakasz felezi, és feladatunk BFG -hez hozzácsatolni az F -ből kiinduló FE szakasszal a GCK háromszöggel egyenlő területű FGE háromszöget.

Ha a C -n átmenő, AB -vel párhuzamos egyenes éppen átmegy F -en, akkor nyilván K a keresett pont (ekkor $GF = 2GD$, és ezért $GE = GA/2 = GK$). Különbö a fenti megfontolás mintájára a szerkesztés a következő: L -et az FG egyenesből az $LC \parallel AB$ egyenes metszi ki, E -t pedig AB -ből az $LE \parallel FK$ egyenes.

Székely Gábor (Budapest, Madách I. g. III. o. t.)