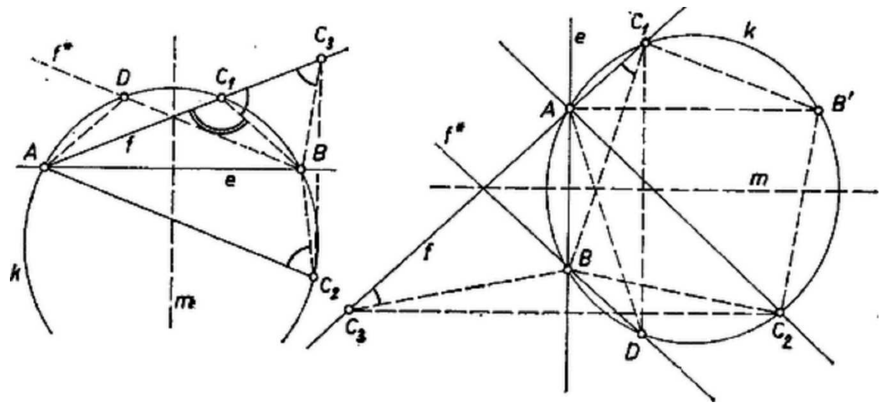
I. megoldás. Ha C_2 az e-nek a C_1-et nem tartalmazó partján adódik (1. ábra), akkor a tükrözés miatt $BAC_2\sphericalangle = BAC_1\sphericalangle$. Egyenlő kerületi szögek szárai között a körnek egyenlő ívei vannak, továbbá egyenlő ívekhez egyenlő húrok tartoznak, tehát $BC_2 = BC_1$. Meggondolásunk akkor is érvényes, ha C_2 (vagy C_1) az e-n keletkezik, egybeesik A-val, mert ekkor f tükörképe (ill. maga f) érinti k-t.

Ha C_2 az e-nek a C_1-et tartalmazó partján adódik (2. ábra), akkor k-nak B-vel átellenes pontját B'-vel jelölve AB' merőleges e-re, tehát az AC_2 egyenes úgy is előáll f-ből, ha ezt AB'-re tükrözzük. AB' viszont szétválasztja C_1-et és C_2-t, mert a BAC_2 szög ekkor a BAC_1 szög kiegészítő szögének tükörképe, és így BAC_1 és BAC_2 egyike hegyesszög, másika tompaszög. Eszerint a fenti bizonyítás érvényes, B helyén B'-t véve: $B'C_1 = B'C_2$. Minthogy pedig BB' a kör szimmetriatengelye, ezért egyszersmind $BC_1 = BC_2$. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Bárány Imre (Budapest, Corvin Mátyás g. II. o. t.)



1.ábra és 2.ábra

II. megoldás. Tükrözzük f-et AB-nek m felező merőlegesére, messe a tükörkép k-t D-ben. Ekkor BD és AC_2 párhuzarnosak, mert egy egyenesnek két egymásra merőleges tengelyre vonatkozó tükörképei. Így A, B, C_2, D egy húrtrapéz csúcsai, ennek szárai is, átlói is egyenlők, tehát $BC_2 = AD = BC_1$.

Bóta Károly (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

III. megoldás. Tükrözzük C_2-t, az AB egyenesre, a C_3 tükörkép az AC_1 egyenesre esik. Elég megmutatni, hogy a BC_1C_3 háromszög egyenlő szárú: B-ből induló oldalai egyenlők, hiszen $BC_3 = BC_2$; az egyenlőszárúság viszont következik abból, ha megmutatjuk, hogy a C_1C_3 oldalon nyugvó két szög egyenlő.

Ha C_2 a C_1-et nem tartalmazó AB íven van, akkor $AC_1B\sphericalangle + AC_2B\sphericalangle = AC_1B\sphericalangle + AC_3B\sphericalangle = 180°$; a BC_1C_3 háromszög C_1-nél és C_3-nál levő szögei viszont a két szög közül a hegyes szög és a tompaszöget 180°-ra kiegészítő szög, ezek a nyert összefüggés szerint egyenlők.

Ha C_1 és C_2 ugyanazon az AB íven vannak, akkor a BC_1C_3 háromszög szóban forgó két szöge az AC_1B és AC_2B szöggel egyenlő, és ezek egyenlők, mert ugyanazon az íven nyugszanak. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.