

I. Ha egy háromszög oldalhosszai egész számok, és szorzatuk 600, akkor egyik oldal sem lehet egységnyi, mert akkor a másik két oldalnak egyenlőnek kellene lennie, hogy különbségük kisebb legyen 1-nél, de 600 nem bontható két egyenlő egész szorzatára, nem négyzetszám.

Ha viszont mindegyik oldal legalább 2, akkor bármely két oldal szorzata nem kisebb a nagyobbik kétszeresénél, tehát a két oldal összegénél sem, így nagyobb a harmadik oldalnál; ekkor a három oldal szorzata, ami 600, nagyobb a harmadik oldal négyzeténél. Mivel kiindulhattunk bármelyik két oldalból, így mindegyik oldal négyzete kisebb, mint 600, tehát nem nagyobb 24-nél.

Törzstényezőkre bontva 600-at, az $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$. Kell két 5-tel osztható oldalhossznak lennie, mert nem lehet egy oldal hossza osztható a 24-nél nagyobb 5^2 -nel. Ez a két oldal vagy egyenlő, vagy legalább 5-tel különbözik, s így a harmadik oldal hossza legalább 6.

A 600-nak olyan 3 tényező felbontásai, amelyben két egyenlő, 5-tel osztható tényező szerepel, $5 \cdot 5 \cdot 24$ és $10 \cdot 10 \cdot 6$. Ezek közül az első tényezői nem lehetnek egy háromszög oldalhosszai ($5+5 < 24$), a másodikéi igen. Olyan felbontások, amelyekben két különböző 5-tel osztható tényező szerepel és a harmadik tényező nagyobb ezek különbségénél, egyedül $5 \cdot 10 \cdot 12$, és ennek tényezői szintén lehetnek egy háromszög oldalhosszai.

Az így szóba jövő 10, 10, 6 oldalakból és 5, 10, 12 oldalakból alkotott háromszögek közül az előbbi kerülete a kisebb, tehát a keresett háromszög oldalai 10, 10 és 6 egységnyiek.

II. A második esetben $abc = 144$. Itt is fenti megfontolásainkhoz hasonlóan okoskodhatunk. A 144 négyzetszám, az 1, 12, 12 oldalhármásból lehet háromszöget szerkeszteni.

A legkisebb oldalt 2-nek véve, a másik kettő szorzata 72, nem négyzetszám, ezért különbségük 1, a tényezők 8 és 9.

A legkisebb oldalt 3-nak véve a másik kettő szorzata 48, ismét nem négyzetszám, ezért különbségük 1, vagy 2, csak a $6 \cdot 8$ felbontás felel meg.

Végül a legkisebb oldalt 4-nek véve, a másik két oldal szorzata 36, különbségük 0, 1, 2 vagy 3, itt csak a $6 \cdot 6$ felbontás felel meg. – A talált

$$1, 12, 12; \quad 2, 8, 9; \quad 3, 6, 8 \quad \text{és} \quad 4, 6, 6$$

háromszögek közül az utolsó kerülete minden másik háromszög kerületénél kisebb, tehát az oldalak 4, 6 és 6 egységnyiek.

Csikós Miklós (Budapest, Vasútgépészeti techn. II. o. t.)