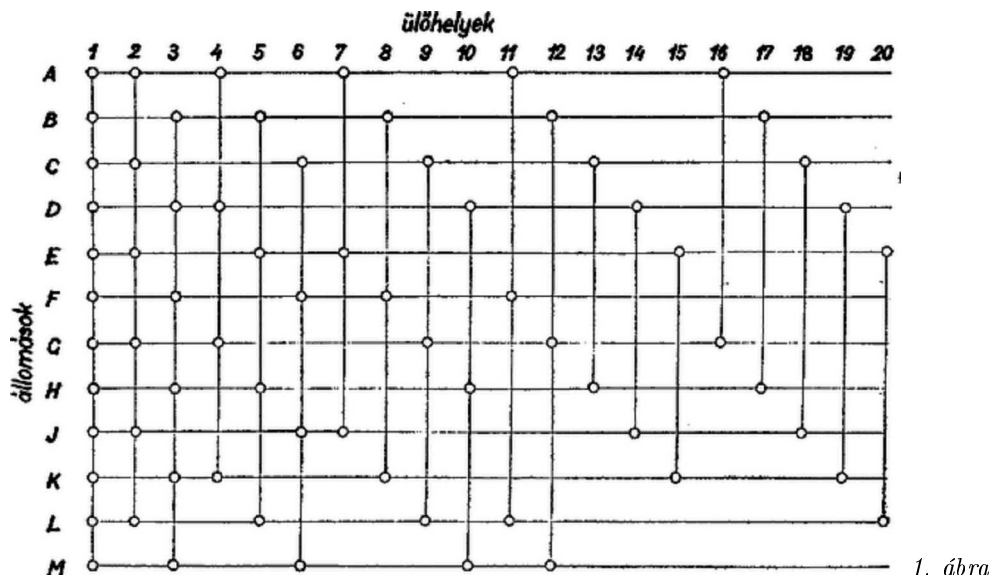


I. megoldás. Keressünk a kocszi számára olyan igénybevételi tervet, amely mellett az utasok lehetőleg rövid utakat tesznek meg. Kézenfekvő, hogy így az adott feltételek között maximális számú utas utazik, és meg is fogjuk mutatni, hogy ez valóban így van. – Az utak hosszát állomás-közökben fogjuk mérni, vagyis egységnek tekintjük bármelyik két szomszédos állomás távolságát. Jelöljük az állomásokat sorra $A, B, C, D, E, F, G, H, J, K, L, M$ betűkkel.

1 egységnyi utat 11 utas tehet meg, hiszen az M végállomás kivételével minden állomáson 1 ilyen utas szállhat fel. Vegyük tervbe, hogy minden ilyen utazás megvalósul. Jobb elképzelés érdekében mondhatjuk, hogy az 1-es sorszámú ülőhelyet fenntartjuk ezeknek az utasoknak, az ülőhely állandóan foglalt voltát az 1. ábra foglaltsági táblázatának 1. oszlopát kitöltő 11 vonalszakasz jelöli.



1. ábra

2 egységnyi útra az adott feltétel mellett csak az első 10 állomáson lehet felszállni. Vegyünk tervbe minden ilyen utat, és ültessük az A -tól C -ig utazó utast a 2. helyre, majd a hely felszabadulásával ugyanide üljön sorra a CE, EG, GJ, JL útszakaszt megtevő utas; a BD, DF, FH, HK, KM útszakaszok utasának pedig biztosítsuk a 3. számú helyet.

Hasonlóan 3 egységnyi távolságot beutazó utast csak 9-et vehetünk tervbe, közülük az A, B, C állomáson felszálló kapja rendre a 4., 5., 6. ülőhelyet, a továbbiak számára minden állomáson felszabadul e helyek egyike. Minden 4 és 5 egységnyi útszakaszhoz is 1 – 1 utast feltételezve ez a 8. ill. 7 utas 4 ill. 5 ülőhelyet igényel (7 – 10., ill. 11 – 15. sz. helyek), ti. azokat, amelyeket az első 4. ill. első 5 állomáson felszálló ilyen utasok elfoglalnak, majd átadnak az ő célállomásokról ugyanakkora távolságra útbainduló utasnak.

A még rendelkezésre álló 16 – 20. helyet csak olyan utasok foglalhatják el, akik legalább 6 egységnyi távolságra utaznak, ezen az 5 helyen tehát csak 1 – 1 személy szállítható a kérdéses menetben. A táblázaton mind az 5 utas részére más 6 egységnyi utazást vettünk tervbe.

Tervünk szerint az autóbuszon $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 5 = 50$ utas utazik. Megmutatjuk, hogy 50-nél több utas szállítása az adott feltételek mellett lehetetlen.

Hagyjuk először figyelmen kívül a busz teherbírását, ekkor annyi utas jön tekintetbe, ahány különböző útszakasz van. Az utazás kezdőpontja a vonalon 12-féleképpen választható, ehhez a végpont 11-féleképpen; az így kapott $12 \cdot 11 = 132$ utazásban minden útszakasz kétszer van figyelembe véve: mindegyik végpontjától a másikig. Ezért a különböző útszakaszok száma a kérdéses menetben $132 : 2 = 66$, ennél több utas tehát nem utazhat az adott feltételek mellett.

Ennyi sem utazhat azonban, mert ha mindegyik útszakaszon utazna egy utas, akkor egyes szakaszokon túl lenne terhelve az autóbusz.

Számítsuk ki, hány útszakasz tartalmazza az n -edik és $n + 1$ -edik állomás közti szakaszt, hányan utaznának ezen a szakaszon. Egy ilyen útszakasz kezdőpontja az első n állomás lehet, végpontja pedig az ezek utáni állomások valamelyike, tehát $12 - n$ állomás, így az ilyen útszakaszok száma $n(12 - n)$. Eszerint az

$$AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HJ, JK, KL, LM$$

pályaszakaszt tartalmazó útszakaszok száma rendre

$$11, 20, 27, 32, 35, 36, 35, 32, 27, 20, 11,$$

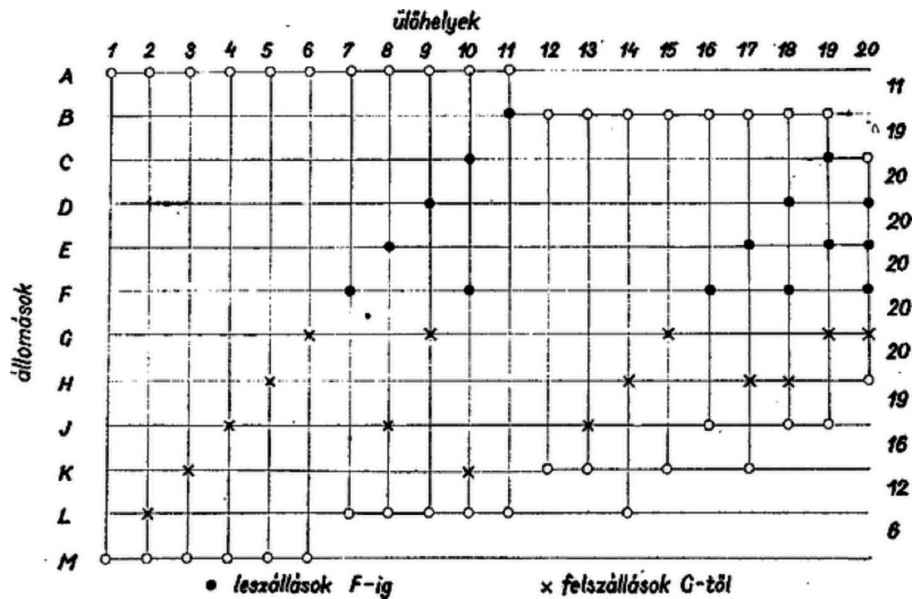
legtöbb a középső FG pályaszakaszon. E 36 útszakasz közül a busz befogadóképessége miatt egy menetben 16 nem valósulhat meg, ennél fogva a gondolható útszakaszok közül egy menetben legfeljebb $66 - 16 = 50$ valósulhat meg. Azt pedig már láttuk, hogy ennyi utas valóban utazhat.

Megjegyzés. Tetszetős gondolat úgy tervezni a busz szóban forgó menetét, hogy minden állomáson annyi utas szálljon fel, amennyit a feltételek megengednek. Így az *A* állomáson 11, a *B*-n 10 utas szállhat fel, a továbbiakban annyi amennyi a leszállók és a hátra lévő állomások száma közül a kisebb. Így a további állomásokon sorra 2, 3, 3, 5, 5, 4, 3, 2, 1 utas szállhat csak fel, ami összesen csak 49 utast ad. Ez a gondolat is kifejleszthető jó megoldássá, ha nem csak a felszállók számára vagyunk tekintettel, hanem kombináltan vesszük figyelembe a különböző feltételeket.

II. megoldás. A *B*, *C*, *D*, *E*, *F* állomáson rendre legfeljebb 1, 2, 3, 4, 5 utas szállhatott le, ti. annyi, ahány állomás megelőzi az illető állomást. Így *F*-ig az utazást legfeljebb 15 utas fejezte be. *F* és *G* között legfeljebb 20-an voltak a kocsin. Végül a *G*, *H*, *J*, *K*, *L* állomásokon rendre legfeljebb 5, 4, 3, 2, 1 utas szállhatott fel, összesen ismét 15. Így a szállított személyek száma legfeljebb $15 + 20 + 15 = 50$.

Az I. megoldás mutatja, hogy 50 személy szállítása meg is valósítható.

Balázs Katalin (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)



2. ábra

Megjegyzés. Visszatérve az előző megoldáshoz fűzött megjegyzésre, ott a *C* állomáson csak 2 felszálló szerepelt, míg itt *F* eléréséig 3 olyan leszállóval számoltunk, aki *C*-ben szállt fel. Ha az ottani elvtől csak abban térünk el, hogy *B*-ben csak 9 utast veszünk fel, és így lehetségessé válik *C*-ben 3 utas felvétele, akkor így is elérhető az 50-es utaslétszám (2. ábra), amint még számos más módon is.