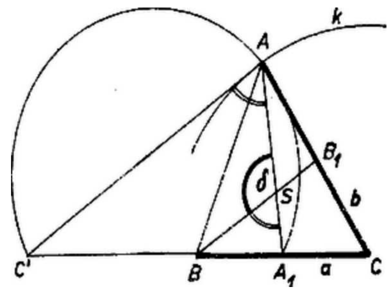
Legyen ABC a keresett háromszög, $BC=a$ és $CA=b$ az adott hosszúságú oldalak. S a súlypont és $ASB\sphericalangle=\delta$ az adott szög.

A BC és AC oldal felezőpontját A_1-gyel és B_1-gyel jelölve a BA_1 szakasznak S-ből vett látószöge $180^\circ-\delta$. A-ból BS-sel párhuzamost húzva messe ez a BC egyenest C'-ben. Ekkor $C'AA_1\sphericalangle=180^\circ-\delta$, másrészt BB_1 az ACC' háromszög középvonala, mert átmegy AC felezőpontján és párhuzamos AC'-vel. Így $C'B=BC$ és A a $C'A_1$ fölötti $180^\circ-\delta$ szögű látószög köríven van.



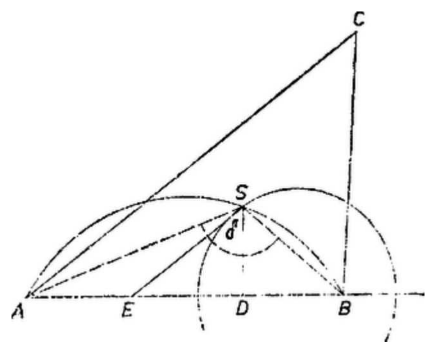
1. ábra

Ezek alapján a háromszög így szerkeszthető: Megszerkesztjük egy adott a hosszúságú BC szakasz A_1 felezőpontját, valamint C-nek B-re vett C' tükörképét. A BC egyenes egyik partján az A_1C' szakasz fölé $180^\circ-\delta$ nyílású i látószög-körívet szerkesztünk. C körül b sugarú k kört írunk. Ekkor i és k közös pontja az A csúcs.

Az ABC háromszög megfelel a feltételeknek, mert $BC=a$, $AC=b$ előírt hosszúságúak, AC felezőpontját B_1-gyel jelölve BB_1 a $CC'A$ háromszög középvonala, tehát $BB_1 \parallel C'A$, egyszersmind az ABC háromszög B-ből kiinduló súlyvonala. Másrészt AA_1 az A-ból kiinduló súlyvonal. Így $A_1SB\sphericalangle=A_1AC'\sphericalangle=180^\circ-\delta$, és $ASB\sphericalangle=\delta$ az előírt szög.

A megoldások száma vagy 2, vagy 1, vagy 0, az i és k közös pontjainak száma szerint. Ha $\delta<90^\circ$, akkor $180^\circ-\delta>90^\circ$, és i kisebb félkörnél, így legfeljebb 1 megoldás van.

Marton Gábor (Budapest, Bláthy O. erősáramú ip. techn. I. o. t.)



2. ábra

Megjegyzés. A keresett háromszöghöz hasonló szerkeszthető a következő meggondolás alapján. Az S-ből BC-vel és AC-vel párhuzamosan húzott egyenesek messék AB-t D-ben és E-ben. Ezek az AB szakasz harmadoló pontjai, másrészt DS és ES a BC és AC oldal harmadával egyenlő, így az S pont D-től és E-től mért távolságainak aránya: BC/AC ismert. Ha tehát egy tetszés szerinti szakaszt 3 egyenlő részre osztunk és egyrészt δ látószögű körívet rajzolunk fölé, másrészt a középső harmadához megrajzoljuk a BC/AC aránynak megfelelő Apollóniosz-kört, a kettő metszéspontjai felelnek meg súlypont gyanánt, amiből a keresett háromszöghöz hasonló, majd ennek oldalaira rámérve a BC, AC, távolságot, a keresett háromszög már megszerkeszthető.