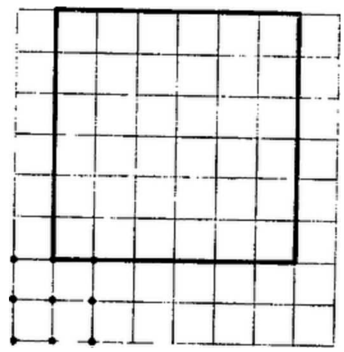
I. Egy a feltételnek megfelelő négyzet oldalai lehetnek párhuzamosak a sakktábla oldalaival; ha nem ilyenek, a csúcsain át a tábla oldalaival párhuzamos egyeneseket húzva befoglalhatjuk egy a tábla oldalaival párhuzamos oldalú négyzetbe – nevezzük az ilyeneket alapnégyzetnek – úgy, hogy az előbbi csúcsai az alapnégyzet oldalain vannak. Megszámoljuk egyrészt az egy alapnégyzetbe a mondott módon beírható négyzeteket, másrészt a táblán elhelyezhető alapnégyzeteket.



Egy alapnégyzetbe annyi négyzetet írhatunk be, ahány belső hálózati pont van a négyzet egy oldalszakaszán. Számítsuk ehhez hozzá magát az alapnégyzetet is, így összesen annyi négyzetet kapunk, ahány egységnyi az alapnégyzet oldala, egységnek a sakktábla egy mezejének oldalát választva (ugyanis az oldal minden egységnyi szakaszához a kezdőpontjából kiindulva rajzolható négyzet, az elsőhöz tehát magát az alapnégyzetet párosíthatjuk hozzá).

Nézzük most meg, hol helyezkedhet el egy c egységnyi oldalú alapnégyzet bal alsó csúcsa. Ez nyilván lehet a tábla bal oldalán, vagy az onnan számított legfeljebb $8-c$-edik hálózati egyenesen. (Ha pl. $c=6$, akkor a bal alsó csúcs a tábla bal szélétől 0, 1, vagy 2 egység távolságra lehet.) Hasonlóan a kérdéses csúcs a tábla alsó oldalától legfeljebb $8-c$ egység távolságban lehet. Ez a csúcs tehát a tábla bal alsó sarkában elhelyezhető $8-c$ oldalú alapnégyzet valamelyik hálózati pontja lehet. Ennek a négyzetnek minden oldalán $8-c+1=9-c$ hálózati pont van, a négyzet tehát $(9-c)^2$ hálózati pontot tartalmaz. Ugyanennyiféleképpen helyezhető el egy c egységnyi oldalú alapnégyzet a sakktáblán úgy, hogy csúcsai hálózati pontok legyenek. (pl. $c=6$ esetén $(9-6)^2=3^2=9$-féleképpen.)

Mindegyikbe c-féleképpen írható be négyzet (közéjük számítva az alapnégyzetet is), így összesen $(9-c)^2$ számú olyan négyzetet kapunk, amelyik c oldalú négyzetbe van beírva. Ezt $c=1, 2, \ldots, 8$-ra összeadva kapjuk a keresett négyzetek számát. Ez

$$8^2+7^2\cdot 2+6^2\cdot 3+5^2\cdot 4+4^2\cdot 5+3^2\cdot 6+2^2\cdot 7+8=540.$$

II. Összeszámláljuk most a kizárandó négyzeteket, amelyeknek egyik csúcsa a tábla K középpontja. Egy ilyen négyzet olyan alapnégyzetbe van beírva, amelyiknek egyik oldala K-n megy keresztül, s így az alapnégyzet, oldala legfeljebb 4 egységnyi, mert K távolsága a tábla széleitől 4 egység. Ha egy c oldalú alapnégyzet határán levő valamelyik hálózati pontját K-ba helyezzük és beleírjuk azt a négyzetet, amelyiknek ez az egyik csúcsa, egy kizárandó négyzetet kapunk, és az alapnégyzet más–más hálózati pontját illesztve K-ba más-más négyzetet. Így $4c$ olyan kizárandó négyzet van, amelyik c oldalú alapnégyzetbe van írva, mert ennyi hálózati pont van az alapnégyzet határán. Ezt $c=1, 2, 3, 4$-re összegezve a kizárandó négyzetek száma

$$4\cdot(1+2+3+4)=40,$$

s így 500 olyan négyzet van, amelynek csúcsai a sakktáblának a középpontjától különböző hálózati pontjai.

Siket Aranka (Makó, József A. g. II. o. t.)