

I. megoldás. Oldjuk meg az egyenletet x -re:

$$x = \frac{-y \pm \sqrt{9y^2 + 52}}{2}.$$

x, y pozitív egész számok, így $9y^2 + 52$ is egész szám, sőt teljes négyzet kell hogy legyen:

$$9y^2 + 52 = k^2, \quad k^2 - 9y^2 = (k + 3y)(k - 3y) = 52.$$

Elég k -t pozitívnak vennünk, így $k + 3y$, és vele $k - 3y$ is pozitív egész. Ezért 52-t két pozitív egész szám szorzatára kell bontanunk. Törzsszámhatványok szorzatára bontva $52 = 2^2 \cdot 13$. Egyik tényező páros lesz, ezért a másiknak is párosnak kell lennie, mert két egész szám (ti. k és $3y$) összege és különbsége egyenlő párosságú. Így csak a $26 \cdot 2$ felbontás jön tekintetbe. A

$$k + 3y = 26, \quad k - 3y = 2$$

egyenletrendszerből $k = 14$, $y = 4$, és x pozitív értéke $x = 5$. Ezek szerint a bábu csak az 5. sor és a 4. oszlop keresztezésében levő mezőn lehet, helyzete egyértelműen meghatározott.

Staub Klára (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. I. o. t.)

II. megoldás. Az adott egyenlet bal oldala két tényező szorzatára bontható:

$$x^2 - y^2 + xy - y^2 = (x + y)(x - y) + y(x - y) = (x + 2y)(x - y).$$

A tényezők egész számok, az első pozitív, ezért a jobb oldali 13-at is pozitív egész számok szorzatára kell bontanunk. 13 prímszám, ezért $13 = 13 \cdot 1$. Most már az

$$x + 2y = 13, \quad x - y = 1$$

egyenletrendszerből $x = 5$, $y = 4$. Más megoldás nincs, mert $x + 2y > x - y$.

Simon György (Budapest, József A. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Egyik megoldásban sem használtuk fel a sakktábla méretét. Ezért az egyenlet minden $n \times n$ mezős táblán meghatározza a báb helyzetét, hacsak $n \geq 5$.

Székely Gábor (Budapest, Madách I. g. II. o. t.)