

I. megoldás. Mindegyik egyenletben csak két ismeretlen szerepel a három közül, mindegyik egyenletben másik kettő. Fejezzük ki y -nal az első egyenletből x -et, a másodikból z -t, ezeket a harmadik egyenletbe helyettesítve egyismeretlenes egyenletet kapunk y -ra:

$$x = \frac{2y}{y-1}, \quad z = \frac{y}{y-3}, \quad \frac{2y^2}{(y-1)(y-3)} = \frac{y}{y-3} + \frac{8y}{y-1}.$$

A törtek eltávolításával, rendezéssel (feltéve természetesen, hogy $y \neq 1, y \neq 3$)

$$7y^2 - 25y = y(7y - 25) = 0,$$

amiből $y_1 = 0, y_2 = 25/7$ (nem kizárt értékek), és folytatólag a rendszer két megoldása:

$$\begin{array}{lll} x_1 = 0, & y_1 = 0, & z_1 = 0; \\ x_2 = \frac{25}{9}, & y_2 = \frac{25}{7}, & z_2 = \frac{25}{4}. \end{array}$$

Mindkét értékrendszer valóban megoldás.

Rásó István (Ajka, Bródy I. g. II. o. t.)

II. megoldás. Egyik egyenletben sincs ismeretlentől mentes tag (továbbá nem fordul elő ismeretlennel való osztás), ezért $x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0$ egy megoldása az egyenletrendszernek. Tovább ettől különböző megoldást keresünk. Ez csak olyan lehet, amelyikben egyik ismeretlen sem 0, mert ha pl. $x = 0$, akkor az első és harmadik egyenletből y -ra és z -re is 0 adódik. Hasonlóan okoskodhatunk, ha $y = 0$, vagy $z = 0$.

Osszuk az első egyenletet xy -nal, a másodikat yz -vel, a harmadikat zx -szel, így az

$$\frac{1}{x} = t, \quad \frac{1}{y} = u, \quad \frac{1}{z} = v$$

új ismeretlenekre elsőfokú egyenletrendszert kapunk:

$$1 = u + 2t, \quad 1 = v + 3u, \quad 1 = t + 4v.$$

Az elsőből $u = 1 - 2t$, ezt a másodikba helyettesítve, majd v -t kifejezve és a harmadikba helyettesítve

$$1 = v + 3 - 6t, \quad v = 6t - 2, \quad 9 = 25t,$$

innen

$$t = \frac{9}{25}, \quad v = \frac{4}{25}, \quad u = \frac{7}{25},$$

ebből pedig a fenti x_2, z_2, y_2 megoldást kapjuk.

Gárdos Eszter (Pécs, Janus Pannonius lg. I. o. t.)