I. megoldás. A 2. ábra OB_3B_4 egyenlő szárú háromszögében B_3-nál 160°-os szög van, ezért az O-nál és B_4-nél levő szög 10°-os. Az $A_4B_3B_4$ egyenlő szárú háromszögben pedig B_4-nél 140°-os. B_3-nál és A_4-nél 20°-os szög van. Ezért O, B_3, A_4 egy egyenesen vannak. Messe OB_4 meghosszabbítása az A_3A_4 egyenest F-ben, ekkor $A_4B_4F\sphericalangle = 180° - (10° + 140°) = 30°$. Mivel továbbá $A_3A_4B_4\sphericalangle = 60°$, azért $A_4FB_4\sphericalangle = 90°$, a B_4F szakasz az $A_3A_4B_4$ egyenlő oldalú háromszög magassága.

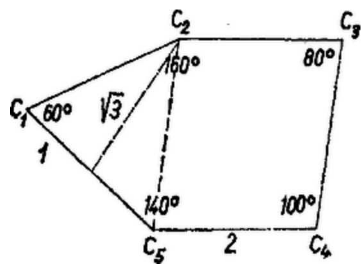
Legyen a 18-szög és az ötszöglemezek oldalhossza 2 egység. Ekkor $OB_4 = 4\cos 10°$ és $B_4F = \sqrt{3}$, másrészt $FA_4 = 1$, és az OA_4F derékszögű háromszögből $OF = \operatorname{ctg} 10°$, ennélfogva az $OF = OB_4 + B_4F$ egyenlőségből

$$\operatorname{ctg} 10° = 4\cos 10° + \sqrt{3} \tag{1}$$

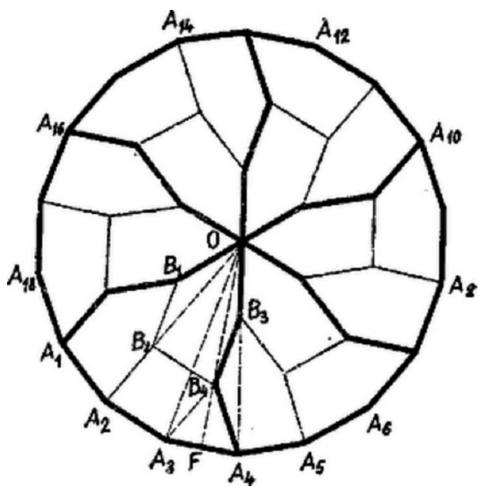
egy a feladat követelményének megfelelő összefüggés.

Az iskolai függvénytáblázat szerint a bal oldal értéke 4 értékes jegyre 5,671, a jobb oldalé pedig $4 \cdot 0{,}9848 + 1{,}732 = 3{,}9392 + 1{,}732$, ami 4 értékes jegyre megegyezik a bal oldallal.

Somos Péter (Budapest, Rákóczi F. g. III. o. t.)



1. ábra



2. ábra

II. megoldás. A kitűzésnél idézett gyakorlat eredménye szerint az ötszöglemez területe egyenlő a 18-szög területének 18-ad részével. Ennyi az OA_3A_4 egyenlő szárú háromszög területe is, ami a fentiek szerint $FA_4 \cdot FO = \operatorname{ctg} 10°$-kal egyenlő. Az ötszöglemez viszont felbontható egy 2 egységnyi oldalú, 80°-os hegyesszögű rombuszra (1. ábra, ugyanis a C_3, C_4 csúcsoknál levő szögek összege 180°) és egy 2 egységnyi oldalú szabályos háromszögre; a rombusz magassága $2\sin 80° = 2\cos 10°$, így területe $4\cos 10°$, a szabályos háromszög magassága pedig $\sqrt{3}$. A mondott egyenlőségből és feldarabolásból ismét (1)-re jutunk.

Tamás Géza (Makó, József A. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Az I. megoldásban 30° helyett $3 \cdot 10°$-ot, $FA_4 = 1$ helyett $B_4A_4 \sin 30° = 2\sin 3 \cdot 10°$-ot és $\sqrt{3}$ helyett $2\cos 3 \cdot 10°$-ot írva (1) így alakul:

$$\sin 3 \cdot 10° \operatorname{ctg} 10° = \sin 3 \cdot 10° \frac{\cos 10°}{\sin 10°} = 2\cos 10° + \cos 3 \cdot 10°.$$

A tavalyi II. osztályos megoldók újabb ismereteik alapján könnyen igazolhatják, hogy ez az összefüggés 10° helyén minden olyan α szögre érvényes, amelyre $\sin\alpha \neq 0$.