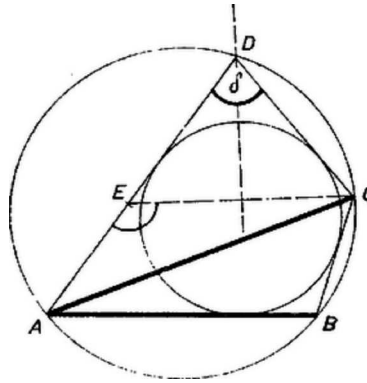


Legyen a keresett négyszög  $ABCD$ , amelyben az  $AB$  oldal, az  $AC$  átló és a  $\delta = \angle ADC$  szög az előírt nagyságúak. Négyszögünk húrnégyszög, ezért  $\angle ABC = 180^\circ - \delta$ . Így az  $ABC$  háromszög megszerkeszthető, két oldalából és egy szögéből.



Másrészt a keresett négyszögnek van beírt köre is, így fennáll  $AB + CD = BC + DA$ , amiből  $AB - BC = AD - CD$ . Itt a bal oldali különbség a megszerkesztett  $ABC$  részháromszögből ismert, tehát az  $ACD$  háromszögben ismerjük az  $AC$  oldalt, a másik két oldal különbségét és a köztük levő szöveget. – Ha a különbség 0, vagyis a háromszög egyenlő szárú, akkor a másik két szög is ismert, ezeket felmérve az ismert oldalra, megkapjuk a keresett másik részháromszöveget is. – Ha a különbség nem nulla, akkor válasszuk a betűzést úgy, hogy pozitív legyen. Mérjük rá  $AD$ -re a  $DE = DC$  szakaszt, ekkor  $CDE$  egyenlő szárú háromszög,  $E$ -nél levő külső szögére  $\angle AEC = \angle EDC + \angle DCE = \delta + 90^\circ - \delta/2 = 90^\circ + \delta/2$ . Így az  $ACE$  háromszög két oldalából és a nagyobbikkal szemközti szögéből megszerkeszthető, és pl.  $CE$  felező merőlegese kimetszi az  $AE$  egyenesből a  $D$  csúcsot.

Ha  $AC > AB$ , akkor az  $ABC$  háromszögre 1 megoldás van, ugyanígy akkor is, ha  $AC = AB$ , és  $\angle ABC < 90^\circ$ , vagyis  $\angle ADC > 90^\circ$ ; ha  $AC = AB$ , és  $\angle ADC \leq 90^\circ$ , akkor nincs megoldás; ha  $AC < AB$ , akkor lehet a feladatnak 2 vagy 1 megoldása, vagy nem kapunk megoldást. A szerkesztés további lépései a létrejött  $ABC$  háromszögből kiindulva mindig végrehajthatók és egyértelműek. Ugyanis, mint láttuk,  $\angle AEC > 90^\circ$ , ezért az  $AC$  átlónak nagyobbobbnak kell lennie az  $AE = AD - DC = AB - BC$  különbségnél, ez a feltétel azonban – amennyiben az  $ABC$  háromszög létrejött – teljesítve van. Mindezek szerint a négyszögre annyi megoldást kapunk, ahány megoldás az  $ABC$  háromszögre adódott.

*Sarkadi Nagy István* (Debrecen, Református g. I. o. t.)

*Megjegyzés.* A szerkesztés második része lényegében a 787. feladat egy megoldása. A 27. kötet (1963/10.) 66. oldalán a fentén kívül egy másik megoldás is található rá, ami szintén előfordult e feladat megoldásai közt is.