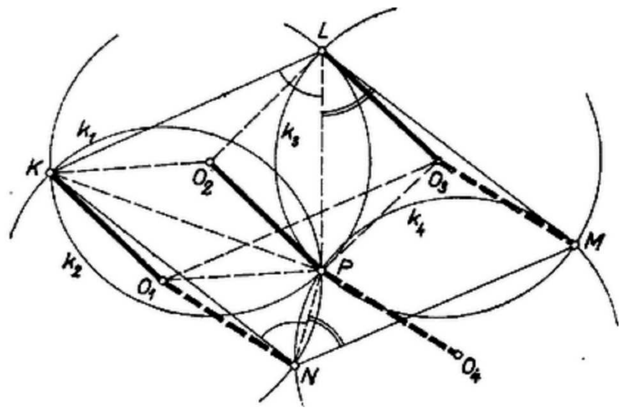
I. megoldás. Legyen a k_1, k_2, k_3, k_4 kör középpontja rendre O_1, O_2, O_3, O_4, közös sugaruk r. A KO_1 és LO_3 sugarak párhuzamosak és megegyező irányúak, mert az O_2PO_1K és O_2PO_3L r oldalú rombuszokban a közös O_2P oldallal szemben fekvő oldalak, így nagyságban is, irányban is megegyeznek O_2P-vel. Ezért a KO_1O_3L négyszög paralelogramma, és a KL szakasz párhuzamos, egyirányú és egyenlő hosszú az O_1O_3 szakasszal.

Ugyanígy NO_1 és MO_3 párhuzamosak és megegyező irányúak O_4P-vel, NO_1O_3M paralelogramma, NM párhuzamos, egyirányú és egyenlő hosszú O_1O_3-mal.

Így pedig KL és NM egymással is párhuzamos, egyező irányú és egyenlő hosszú szakaszok, a $KLMN$ négyszög valóban paralelogramma.

A paralelogramma elfajulhat $2r$ hosszúságú egyenesszakasszá, ha az $O_1O_3O_2O_4$ és $O_1O_3O_4O_2$ négyszögek valamelyike téglalap. Ugyanis e négyszögek a P körül r sugárral írt körben húrnégyszögek, és a mondott feltétel mellett a K és M, ill. L és N csúcs–párok egybeesnek a P pontban.

Gagyi–Pálffy György (Budapest, Bánki D. gépip. t. I. o. t.)



II. megoldás. Legyen P a $KLMN$ négyszög belső pontja. Ekkor a KP egyenes szétválasztja az L, N pontpárt, másrészt k_1-et és k_2-t két tükrös ívpárra osztja. L a k_2-n, N a k_1-en van, így egy tükrös ívpár pontjai, mert az ívek közül azok tartoznak egy párba, amelyek KP különböző oldalán feküsznek. Ezért k_2-nek a KLP szög szárai közti íve és k_1-nek a KNP szög szárai közti íve egymásnak ugyancsak tükörképei, tehát a KLP és KNP szögek egyenlők, mint egyenlő sugarú körök egyenlő ívein nyugvó kerületi szögek.

Hasonlóan nyerjük a $PLM\sphericalangle = PNM\sphericalangle$ egyenlőséget, így összeadással $KLM\sphericalangle = KNM\sphericalangle$, majd $LMN\sphericalangle = LKN\sphericalangle$. A $KLMN$ négyszög paralelogramma, mert mindkét pár szemben fekvő szöge egyenlő.

Hasonlóan bizonyíthatjuk az állítást, ha P kívül fekszik a $KLMN$ négyszögön. (Meg lehet mutatni, hogy ilyenkor P vagy a K, vagy az L, vagy az M, vagy az N csúcsnál levő szög csúcsszögtartományában fekszik.)

Miklós Antal (Szeged, Radnóti M. g. II. o. t.)