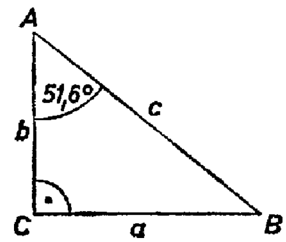
Legyen az ABC derékszögű háromszögben $AC = b = 465$ m, $BAC\sphericalangle = \alpha = 51{,}6^\circ$, $BC = a$, $AB = c$, $ABC\sphericalangle = \beta = 38{,}4^\circ$. A szögek radiánban vett mértékszámát is α-val, β-val jelöljük, ez nem okoz félreértést.



I. Az említett közelítő képletet mindkét hegyes szögre alkalmazva:

$$\frac{3a}{2c+b} = \alpha, \qquad \frac{3b}{2c+a} = \beta,$$

elsőfokú egyenletrendszert kapunk a-ra és c-re:

$$3a - 2\alpha c = \alpha b, \qquad \beta a + 2\beta c = 3b.$$

Innen

$$a = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta+3}{\alpha+3} \cdot b, \qquad c = \frac{9-\alpha\beta}{2\beta(\alpha+3)}\, b,$$

α és β értékét a $\pi \approx 22/7$ közelítő értéket használva 0,04% hibával kapjuk, tehát a negyedik értékes jegyben kis hibával. Másrészt a és c első értékes jegye százas helyi értékűnek várható, tehát 3 értékes jegyre kell számítanunk. Ezért az előkészítő számítások első lépéseiben 5, majd csak 4 értékes jegyet számítunk ki:

$$\alpha \approx \frac{11 \cdot 51{,}6}{630}, \qquad \beta \approx \frac{11 \cdot 38{,}4}{630};$$

$$a = \frac{51{,}6}{38{,}4} \cdot \frac{11 \cdot 38{,}4 + 1890}{11 \cdot 51{,}6 + 1890} \cdot 465 \approx \frac{119\,320}{94\,372} \cdot 465 \approx 1{,}264 \cdot 465 \approx 588 \text{ m},$$

$$c = \frac{9 \cdot 630^2 - 11^2 \cdot 51{,}6 \cdot 38{,}4}{2 \cdot 11 \cdot 38{,}4(11 \cdot 51{,}6 + 1890)} \cdot 465 \approx$$

$$\approx \frac{3\,332\,300}{2\,076\,200} \cdot 465 \approx 1{,}605 \cdot 465 \approx 746 \text{ m}.$$

II. Másrészt a függvénytáblázat felhasználásával $a = b \operatorname{tg} \alpha \approx 465 \cdot 1{,}262 \approx 586{,}8$ m,

$$c = \frac{b}{\cos\alpha} \approx \frac{465}{0{,}6211} \approx 1{,}610 \cdot 465 \approx 748{,}6 \text{ m}.$$

Ezek szerint egyik számításunk hibája sem haladja meg a 0,5%-ot.

Bárány Imre (Budapest–Mátyásföld, Corvin Mátyás g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Elegendő a közelítő képletet a kisebb szögre alkalmazni – mert így kisebb a hiba –, ugyanis a másik egyenletet pótolhatjuk a Pythagorász–tétellel. Így viszont másodfokú egyenletre jutunk, a számítás bonyolultabb:

$$\beta a + 2\beta c = 3b, \qquad c^2 - a^2 = b^2,$$

$$a = \frac{b}{3\beta}(-3 \pm 2\sqrt{9-3\beta^2}), \qquad c = \frac{b}{3\beta}\,(6 \mp \sqrt{9-3\beta^2}),$$

és a két megoldás közül ki kell választanunk a megfelelőt. Innen $a \approx 586$ és $C \approx 747$ adódik, ezek a pontos értéktől valóban még kevésbé térnek el.

Ferenczi György (Budapest, I. István g. II. o. t.)

2. Sok dolgozatot nehezen ellenőrizhetővé tett a számadatok korai behelyettesítése. – Néhányan ügyesen kihasználták, hogy jó közelítéssel $\alpha \approx 0{,}900$ és $\beta \approx 0{,}670$.

3. Lásd még az 1229. feladathoz[1] fűzött 2. megjegyzést.

---

[1]L. ezen számban, 133. o.