I. megoldás. Vizsgáljuk meg az x és y előjele szerint adódó 4 lehetséges esetet külön–külön. Tudjuk, hogy

$$\begin{aligned} &\text{ha } \ u \geq 0, \quad \text{akkor} \quad |u| = u \ \text{ és} \\ &\text{ha } \ u < 0, \quad \text{akkor} \quad |u| = -u. \end{aligned}$$

1) Ha $x \geq 0$, akkor $y \geq 0$, a rendszer

$$x + y = 3, \qquad 2x - y = 3,$$

innen a szokásos módon $x = 2$, $y = 1$, mindkettő pozitív, megoldást kaptunk. Hasonlóan

2) $\left.\begin{array}{r} x \geq 0 \\ y < 0 \end{array}\right\}$ esetén $\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{array}\right\}$-ból $x = 0, \quad y = -3$, megoldás;

3) $\left.\begin{array}{r} x < 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ esetén $\left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ -2x - y = 3 \end{array}\right\}$-ból $x = -6, \quad y = 9$, megoldás;

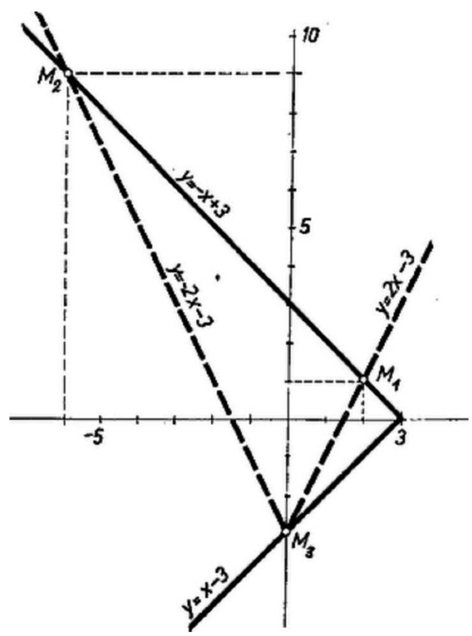
4) $\left.\begin{array}{r} x < 0 \\ y < 0 \end{array}\right\}$ esetén $\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ -2x - y = 3 \end{array}\right\}$-ból $x = 0, \quad y = -3$,

itt x nem felel meg a feltevésnek, s így az $x < 0$, $y < 0$ feltevést kielégítő megoldás nincs.

Ezek szerint a rendszernek 3 megoldása van:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2, & y_1 &= 1; \\ x_2 &= -6, & y_2 &= 9; \\ x_3 &= 0, & y_3 &= -3. \end{aligned}$$

A grafikus megoldást egy ábrán végezhetjük el, mert az 1)–4) feltevések a derékszögű koordinátarendszernek csak egy–egy síknegyedét használják fel, és e negyedek nem nyúlnak egymásba.



Az $x + |y| = 3$ egyenletet az ábra folytonosan kihúzott grafikonja ábrázolja, a $2|x| - y = 3$ egyenletet pedig a szaggatott. Közös M_1, M_2, M_3 pontjaik megfelelnek a fenti 3 megoldásnak.

Valkó Ágnes (Budapest, Szilágyi E. lg. II. o. t.)

Megjegyzés. Az első egyenlet szerint $|y| = 3 - x \geq 0$, ez mutatja, hogy a grafikonnak csak az $x \leq 3$ abszcisszákon vannak pontjai, másképpen: az $|y| = 3 - x$ függvény csak az $x \leq 3$ helyeken van értelmezve. A grafikon természetesen tükrös az X-tengelyre. – Hasonlóan a második egyenletből $|x| = (3+y)/2$, eszerint az $y = 2|x| - 3$ függvény értékkészlete $y \geq -3$, és grafikonja tükrös az Y tengelyre.

Márki László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

II. megoldás. Eltávolíthatjuk az abszolút érték jelét négyzetre emeléssel és négyzetgyökvonással is, ugyanis $|x| = \sqrt{x^2}$.

A második egyenletből $y=2|x|-3$-at az elsőbe helyettesítve

$$\begin{gathered}
\bigl|2|x|-3\bigr|=3-x,\\
\sqrt{\left(2\sqrt{x^2}-3\right)^2}=3-x,\\
4x^2-12\sqrt{x^2}+9=9-6x+x^2,\\
x^2+2x=4\sqrt{x^2},\\
x^4+4x^3-12x^2=x^2(x^2+4x-12)=x^2(x+6)(x-2)=0.
\end{gathered}$$

Ennélfogva ha van az egyenletrendszernek megoldása, abban x értéke csak 0, -6, vagy 2 lehet. A megfelelő y értékeket a második egyenletből számítjuk: -3, 9, ill. 1. A $(0,\,-3)$, $(-6,\,9)$, $(2,\,1)$ értékpárok az első egyenletet is kielégítik, a rendszernek megoldásai.

Óhegyi Ernő (Budapest, Rákóczi F. g. I. o. t.)

Megjegyzés. A negyedfokú egyenlet megoldását az könnyítette meg, hogy kiemelhettük az x^2 tényezőt. Ha x-et küszöböljük ki, hasonlóan az

$$y^4-4y^3-42y^2-36y+81=0$$

egyenletre jutunk. Az egész gyököket keresve ezt is sikerül megoldani.