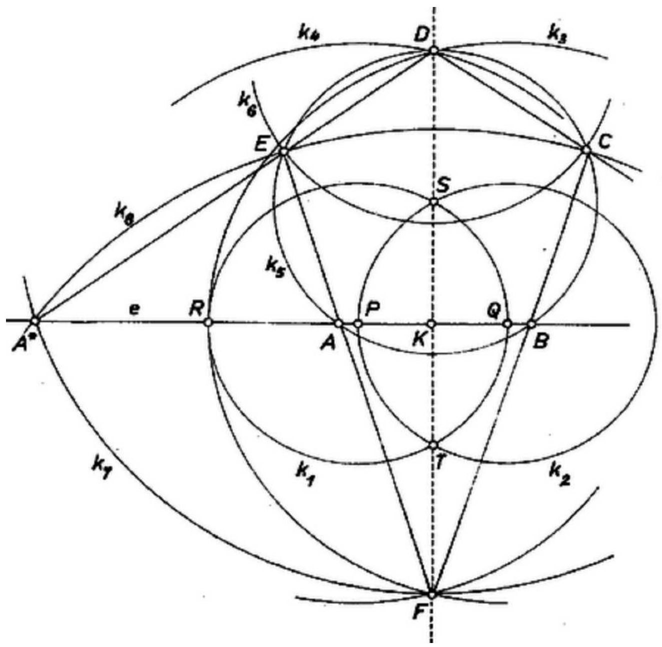
I. Az $ABCDE$ ötszög csúcsai az S középpont körül SD sugárral írt k_5 kerületén vannak, továbbá a 6. lépés szerint a DC, DE és AB oldalak egyenlők. A DS egyenes az ötszögnek szimmetriatengelye, mert mint a PQ szakasz felező merőlegese, merőleges AB-re, – tehát fennáll az $AE = BC$ egyenlőség is: Elég tehát megmutatnunk, hogy $ASB\sphericalangle = 72°$, mert így ugyanekkora a CSD, DSE szög is, tehát

$$ASE\sphericalangle = BSC\sphericalangle = \frac{180° - 3 \cdot 72°}{2} = 72°,$$

ami az állítást igazolja.



Legyen PQ felezőpontja K. A PQS és PQD egyenlő szárú háromszögből, $QR = 2r$ figyelembevételével

$$KS = \frac{r\sqrt{3}}{2}, \qquad KD = \frac{r\sqrt{15}}{2} = KS\sqrt{5},$$

ennélfogva k_5 sugara

$$SA = SD = KD - KS = KS(\sqrt{5} - 1).$$

Így pedig az ABS egyenlő szárú háromszögből

$$\cos ASK\sphericalangle = \frac{KS}{AS} = \frac{1}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4},$$

ezért az 1157. feladat[1] szerint $ASK\sphericalangle = 36°$, tehát valóban $ASB\sphericalangle = 72°$.

II. Elég belátnunk, hogy az EA egyenes átmegy F-en, más szóval, hogy szabályos ötszögünk 108°-os EAB szöge a BAF szöggel együtt 180°-ot tesz ki. Szerkesztésnél fogva $BAF\sphericalangle = BAD\sphericalangle = ABD\sphericalangle$, ezért az ABD háromszög szögösszege és a kerületi szög tétele alapján

$$BAF\sphericalangle = \frac{180° - ADB\sphericalangle}{2} = 90° - \frac{ASB\sphericalangle}{4} = 72°,$$

tehát az állítás helyes.

Gyenes Gábor (Budapest, I. István g. II. o. t.)

Megjegyzés. C-t és E–t a $k_8 = F(FA^*)$ körrel is kimetszhetjük k_5-ből, ahol A^* a $k_7 = S(SF)$ körnek e-vel való egyik metszéspontja.

---

[1] K. M. L. 25 (1962/11) 118. o.