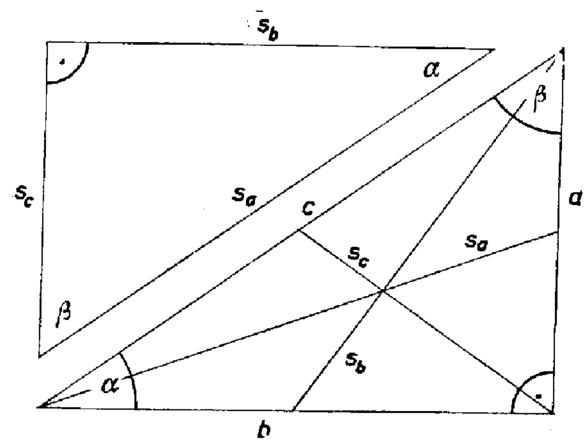
Legyen a derékszögű háromszög befogóinak, ill. átfogójának a hossza a és b, ill. c, a hozzájuk tartozó súlyvonalak hossza s_a, s_b, s_c. Így $s_c = c/2$, másrészt s_a a b és $a/2$ befogókkal, s_b pedig az a és $b/2$ befogókkal bíró derékszögű háromszög átfogója, ezért

$$s_c^2 = \frac{c^2}{4} = \frac{a^2+b^2}{4}, \quad s_a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{4b^2+a^2}{4}, \quad s_b^2 = a^2 + \frac{b^2}{4} = \frac{4a^2+b^2}{4}. \tag{1}$$



Ezek szerint $4s_a^2 = (a^2+b^2) + 3b^2 > 4s_c^2$, és hasonlóan $4s_b^2 = (a^2+b^2) + 3a^2 > 4s_c^2$, ezért a súlyvonalak alkotta derékszögű háromszögnek csak valamelyik befogóhoz tartozó súlyvonal, mondjuk s_a lehet az átfogója. (Ez esetben $s_a > s_b$ és $a < b$.) Így (1) és Pythagorász tétele alapján

$$s_b^2 + s_c^2 = \frac{5a^2+2b^2}{4} = s_a^2 = \frac{4b^2+a^2}{4},$$

amiből rendezéssel $b^2 = 2a^2$. Ezért $c^2 = 3a^2$, továbbá

$$s_c^2 = \frac{3a^2}{4}, \quad s_a^2 = \frac{9a^2}{4} = 3s_c^2, \quad s_b^2 = \frac{6a^2}{4} = 2s_c^2,$$

ennélfogva

$$b = a\sqrt{2}, \qquad c = a\sqrt{3}, \quad \text{továbbá} \quad s_b = s_c\sqrt{2}, \qquad s_a = s_c\sqrt{3}.$$

Innen látjuk, hogy

$$s_c : s_b : s_a = a : b : c,$$

a második háromszög hasónló az eredetihez, szögeik páronként egyenlők.

Az eredeti háromszögben $\operatorname{tg}\beta = b/a = \sqrt{2} \approx 1{,}414$, tehát tizedfoknyi pontossággal $\beta \approx 54{,}7°$, $\alpha \approx 35{,}3°$.

Makk Zsuzsa (Székesfehérvár, Teleki B. lg. II. o. t.)