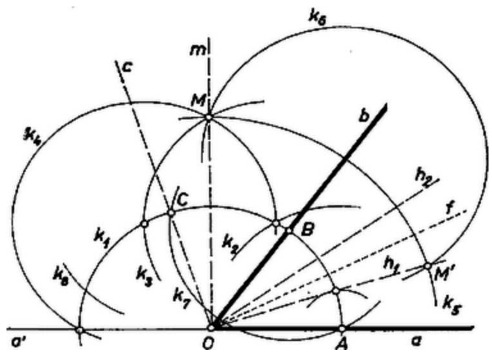
I. megoldás. Az a és b félegyenesek közti 54°-os szöget harmadoló h_1, h_2 félegyenesek a-val és b-vel 18°-os, ill. 36°-os szöget alkotnak, egymásnak az adott szög f felezőjére tükörképei, ezért elég egyiküket megszerkesztenünk. Próbáljuk evégett a 18°-ot, vagy a 36°-ot előállítani az adott szögből és a könnyen szerkeszthető 60°, 90° stb. szögekből összeadás vagy kivonás útján.



1. ábra

Mindjárt látjuk, hogy 36° az 54°-nak pótszöge. Kézenfekvő tehát a-ra az O végpontjában m merőlegest állítani azon a partján, amelyiken b van; ekkor b és m szöge 36°, tehát h_1-et m-nek b-re vett tükörképe adja.

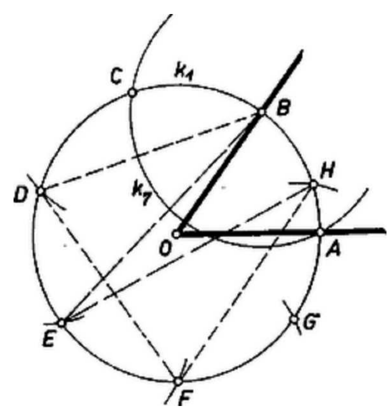
A csak körzővel végrehajtott szerkesztésekben egy egyenest meghatározottnak tekintünk, ha ki van jelölve két pontja. Erre tekintettel a mondott szerkesztés csak körzővel is végrehajtható. Ugyanis az 1. ábra egyenlő sugarú k_1, k_2, k_3, k_4 köreinek megrajzolása után k_3 és k_4-nek O-tól különböző M metszéspontja egy pontot ad m-ből, továbbá ennek b-re vett M' tükörképét is megkaphatjuk két rajta átmenő kör második metszéspontja gyanánt, ha e körök középpontját b-n választjuk (az ábrán k_5 és k_6).

Várhegyi László (Győr, Mayer L. 12 évf. isk. I. g. o. t.)

Megjegyzések. 1. Eggyel kevesebb kör elegendő, ha előbb a-nak b-re vett c tükörképét szerkesztjük (pl. k_1 és k_7). Ekkor $AOC\sphericalangle = 108^{\circ}$, tehát h_1-et a c-re O-ban állított merőleges adja, ehhez pedig – k_1-et ismét felhasználva – már 3 körív elegendő.

2. A $18^{\circ} = 180^{\circ} - 3\cdot 54^{\circ}$ összefüggés alapján egy félegyenes és 4 kör megrajzolása elegendő: a', k_1, k_7, C körül BA sugárral k_8 és a félkörből maradó 18°-os ív átmásolása A-ból (1. ábra).

a'-nek k_1-en levő pontját úgy is megkaphatjuk, hogy k_1-be egymás után három OA hosszúságú húrt szerkesztünk. Így nincs szükség vonalzóra, de 3-mal több kört használunk fel.

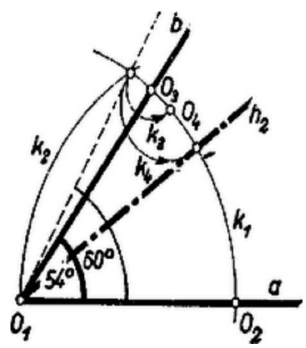


2. ábra

3. Mérjük fel k_1-ben az AB húrt C-ből tovább haladva még 5-ször, és legyenek a végpontok D, E, F, G, H (2. ábra). Ekkor H a h_1-en van, mert a megtett forgások összege $7\cdot 54^{\circ} = 378^{\circ} = 360^{\circ} + 18^{\circ}$ (a fenti k_1, k_7 és még 5 kör). Két kört megtakaríthatunk, ha E-t elérve F-et és G-t „átlépjük”: H-t az E körüli EB sugarú körrel metsszük ki. Ez a kör azonban „laposan” metszi k_1-et. Célszerűbb E és G kitűzését megtakarítani $HF = FD = DB$ alapján.

Mátrai Miklós (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. II. o. t.)

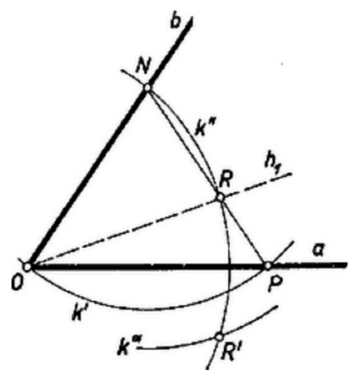
4. Elegendő 4 kör megrajzolása, a 2. megjegyzésben felhasznált kapcsolat harmadrészét véve: $18^{\circ}/3 = 6^{\circ} = 60^{\circ} - 54^{\circ}$. Az 54°-ból visszamérjük a 6°-os különbséget, majd a maradó 48°-ból a $60^{\circ} - 48^{\circ} = 12^{\circ}$ különbséget (3. ábra).



3. ábra

5. Kissé más típusú megoldást kapunk a $36^\circ = (54^\circ + 90^\circ) : 4$ összefüggés alapján, két felezéssel. Felhasználhatjuk a 775. gyakorlat[1] szerkesztéseit is (szögnegyedelés terepen).

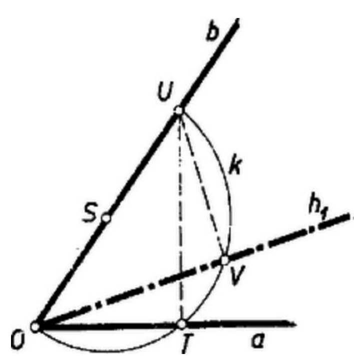
II. megoldás. *a)* Felhasználjuk a $36^\circ = 180^\circ - 2 \cdot 72^\circ$ és $72^\circ = 180^\circ - 2 \cdot 54^\circ$ összefüggéseket. Írjunk k' kört az adott szög b szárának N pontja körül NO sugárral, és jelöljük ennek a-n levő, O-tól különböző pontját P-vel. Ekkor az NOP egyenlő szárú háromszög N-nél levő szöge 72°. Írjunk másrészt k'' kört O körül ON sugárral és jelöljük ennek az NP egyenesen levő, N-től különböző pontját R-rel. Ekkor az NOR egyenlő szárú háromszög O-nál levő szöge 36°, és így az OR félegyenes $1 : 2$ arányban osztja az 54°-os szöget.



4. ábra

b) R-nek a-ra vett R' tükörképével $NOR'\sphericalangle = NOP\sphericalangle + POR\sphericalangle = 72^\circ = ONP\sphericalangle$, így R'-t kimetszhetjük k''-ből az N körül OP sugárral írt k''' körrel, ebből pedig R egy körívvel kapható, ennek középpontját a-n választva. Így nem használjuk az egyenes vonalzót és 4 körrel kapjuk az első harmadoló egy pontját.

Lehel Csaba (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)



5. ábra

III. megoldás, a *b)* feltétel esetére. Messe a b szár S pontja körül SO sugárral írt k kör az a, b szárakat T-ben, ill. U-ban. Thalész tétele szerint $OTU\sphericalangle = 90^\circ$, így $OUT\sphericalangle = 36^\circ$, ezért az OT húrt az UV helyzetbe átmásolva V-ben megkapjuk h_1-nek egy pontját. Ehhez csak két körívet használtunk fel.

Mátrai Miklós (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Több megoldás érkezett az 1157. feladatból[2] ismert $\cos 36^\circ = (\sqrt{5} + 1)/4$ és $\cos 72^\circ = \sin 18^\circ = (\sqrt{5} - 1)/4$ értékek alapján. Ezek a $\sqrt{5}$ egységnyi szakaszt az 1 és 2 egységnyi befogóval szerkesztett derékszögű háromszög átfogója gyanánt kapták.

[1] K.M.L. 1963/9 20. old.
[2] K.M.L. 1962/11 118. o.