

A keresett d -t kiszámíthatjuk az

$$(a + d)^2 + (b + d)^2 = (c + d)^2$$

egyenletből. A d -t nem tartalmazó tagok kiesnek, rendezéssel

$$d^2 + 2d(a + b - c) = d[d - 2(c - a - b)] = 0.$$

Itt $d \neq 0$, ennél fogva a második tényező 0, és így

$$(1) \quad d = 2(c - a - b)$$

a keresett szám, feltéve, hogy 0-tól különböző. Nyilvánvaló, hogy d egész szám.

(1)-ből akkor adódik $d = 0$, ha $c = a + b$, és így $a^2 + b^2 = (a + b)^2$, amiből $ab = 0$, vagyis a és b közül legalább az egyik 0, a másik pedig egyenlő c -vel. Erre az esetre az állítás nem érvényes.

II. $a^2 = 9$, $b^2 = 16$, $c^2 = 25$ -ből $a = \pm 3$, $b = \pm 4$, $c = \pm 5$, így az előjelek különböző összeválogatásával a különböző a , b , c számhármask száma $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Mindegyikben kiszámíthatjuk d , és ebből $a + d$, $b + d$, $c + d$ értékét. Az utóbbi számhármask abszolút értékeit véve:

$$(2) \quad x = |a + d|, \quad y = |b + d|, \quad z = |c + d|,$$

egy az $x^2 + y^2 = z^2$ egyenletet kielégítő pozitív egész számhármast ad, kivéve ha a számhármaskban fellép a 0 érték. Táblázatunk négy sorát a és b $2 \cdot 2$ előjelváltoztatán végigmenve kapjuk, az elsőben $b + d = 0$, - a triviális $1^2 + 0^2 = 1^2$ megoldáshoz jutunk -, a többi három egy-egy megfelelő megoldást ad:

a	b	c	d	$a + d$	$b + d$	$c + d$
3	4	5	-4	-1	0	1
3	-4	5	12	15	8	17
-3	-4	5	8	5	12	13
-3	-4	5	24	21	20	29

c számára a -5 értéket főleges figyelembe venni. Ha ugyanis valamely a , b , c számhármaskból az $a + d$, $b + d$, $c + d$ számhármast kaptuk, akkor (1)-ből az

$$a' = -a, \quad b' = -b, \quad c' = -c$$

számhármashoz $d' = -d$, és az új számhármask az előzőnek (-1) -gyel való szorzata, tehát (2) szerint egy korábbi számhármask ismétlődik.

Ezek szerint a keresett megoldások száma 3.

Bódi Zoltán (Makó, József Attila g. II. o. t)