

Legyen a szóban forgó két egész szám n és $n+2$. Négyzetgyökük egész része meg kell hogy egyezzen, mert különben a két négyzetgyök 1-nél többel különböznék, pedig

$$\sqrt{n+2} - \sqrt{n} = \frac{2}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}} < 1.$$

Jelöljük a közös egész részt A -val, akkor

$$(A + 0,4499)^2 < n < (A + 0,45)^2, \quad (A + 0,4944)^2 < n + 2 < (A + 0,4945)^2.$$

A második egyenlőtlenségből:

$$(A + 0,4944)^2 - n < 2 < (A + 0,4945)^2 - n.$$

n helyett az első egyenlőtlenség alapján a bal oldalon többet, a jobb oldalon kevesebbet levonva:

$$(A + 0,4944)^2 - (A + 0,45)^2 < 2 < (A + 0,4945)^2 - (A + 0,4499)^2, \\ 0,0444(2A + 0,9444) < 2 < 0,0446(2A + 0,9444).$$

A kettős egyenlőtlenség első feléből (a zárójel második tagját elhagyva):

$$A < \frac{1}{0,0444} = \frac{2500}{111} < 23,$$

a második feléből (a zárójel második tagja helyett a nagyobb 2-t írva):

$$A > \frac{1}{0,0446} - 1 > \frac{1}{0,045} - 1 = \frac{191}{9} > 21.$$

Mivel A egész, csak 22 felelhet meg. Ekkor n a $22,44^2$ és $22,45^2$ közé eső egész, azaz

$$503,5536 < n < 504,0025,$$

tehát $n = 504$, és valóban

$$\sqrt{504} = 22,449\,944 \dots, \\ \sqrt{506} = 22,494\,443 \dots$$

Baranyai Ágnes (Budapest, Martos F. lg. II. o. t.)