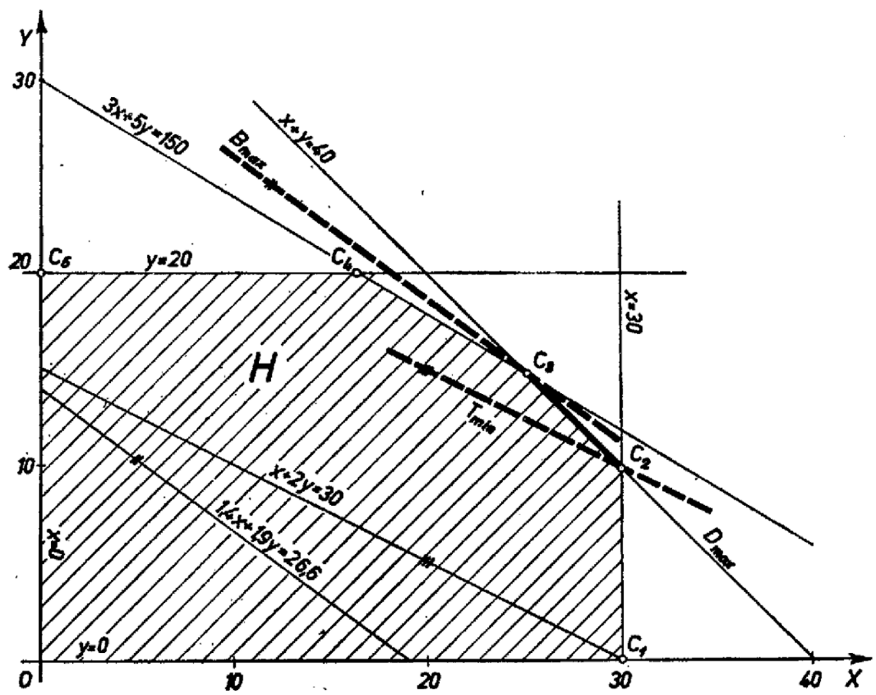
[1] Legyen a készített szendvicsek száma sajtosból x, szalámisból y (nem negatív, egész számok). A kenyérből, sajtból és szalámiból rendelkezésre álló készletet, valamint az 1–1 szendvicshez felhasznált mennyiségüket figyelembe véve a következő egyenlőtlenségeket kapjuk (egység a dkg):

$$5x+5y \leqq 200, \qquad x+\frac{5}{3}y \leqq 50, \qquad 2x \leqq 60, \qquad y \leqq 20.$$

Egyszerűsítve és kiegészítve az anyag felhasználásának összes lehetséges programját leíró egyenlőtlenségrendszer így írható:

$$x+y \leqq 40, \qquad 3x+5y \leqq 150, \qquad 0 \leqq x \leqq 30, \qquad 0 \leqq y \leqq 20;$$
$$x,\ y \quad \text{egész.}$$



A minden feltételnek megfelelő számpárokat a derékszögű koordináta-rendszerben ábrázoló pontok az ábra csíkozott H részének belsejében és határszakaszain levő rácspontok. H határát az

$$x+y=40, \qquad 3x+5y=150, \qquad x=0, \qquad x=30, \qquad y=0, \qquad y=20$$

egyeneseknek a következő szögpontok közti szakaszai alkotják:

$$O\ (0;0), \quad C_1(30;0), \quad C_2(30;10), \quad C_3(25;15), \quad C_4(50/3;20), \quad C_5(0;20)$$

a) A készített darabok száma $D=x+y$. A különböző D értékekhez tartozó egyenesek párhuzamosak a H határegyenesei között szereplő $x+y=40$ egyenessel. D növelésével az egyenesek az ábrán jobbra fölfelé tolódnak el. Az utolsó, amelynek még van közös pontja H-val, éppen az $x+y=40$ egyenes, és ennek C_2C_3 szakasza közös H-val; ezen 6 rácspont van. Ezért D maximális értéke 40 és ez 6-féleképpen érhető el: 30 sajtos és 10 szalámis szendviccsel, vagy számukat 29 és 11-nek, 28 és 12-nek, 27 és 13-nak, 26 és 14-nek, végül 25 és 15-nek véve.

b) Feltesszük, hogy minden szendvicset eladnak, így a bevétel $B=1{,}4x+1{,}9y$ lesz, A különböző B értékekhez tartozó egyenesek párhuzamosak az ábra $1{,}4x+1{,}9y=26{,}6$ egyenesével ($x=19$, $y=0$ és $x=0$, $y=14$). A háromszögvonalzó élét ezzel párhuzamosan tartva (eltolva) és a kezdőponttól távolítva – amivel nyilván a bevétel növekedését követjük – a $C_3(25;15)$ pontnál van utoljára közös pont H határával, ekkor $B_{\max}=25\cdot 1{,}40+15\cdot 1{,}90=63{,}50$ Ft. (így a kenyeret és a vajat teljesen felhasználják, sajtból 10, szalámiból 5 dkg megmarad.)

c) Az elkészítés ideje $T=x+2y$ perc. A különböző T értékekhez tartozó egyenesek párhuzamosak a berajzolt $x+2y=30$ egyenessel. Minthogy itt csak a maximális darabszámot előállító programokra vagyunk tekintettel, a vonalzó párhuzamos eltolásakor H helyett csak a C_2C_3 szakaszt tekintjük. Legkisebb T-t akkor kapunk, amikor az egyenes a berajzolt helyzetből indulva és O-tól távolodva – ami T növelésének felel meg –, először éri el a szakaszt, vagyis a C_2 pontban. Itt $x=30$, $y=10$, és $T_{\min}=50$ perc.

Gömböcz Lajos (Budapest, I. István Gimn. I. o. t.)

[1] *Scharnitzky Viktor-Surányi János:* A lineáris programozásról c. Cikk – K. M. L. 25 (1962/11) 97 – 104. o. – felhasználásával.