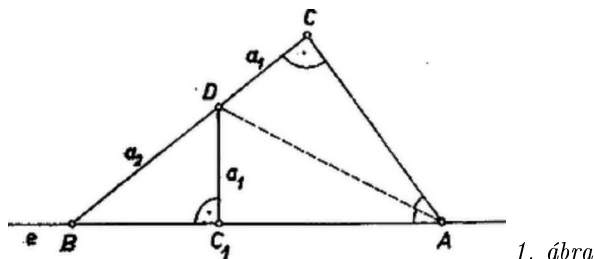


I. megoldás. Legyen a keresett háromszög ABC (benne $ACB \sphericalangle = 90^\circ$), a kérdéses szögfelező AD (vagyis $CAD \sphericalangle = DAB \sphericalangle$) és az adott szakaszok $CD = a_1$ és $DB = a_2$. Legyen továbbá D vetülete AB -n C_1 (1. ábra). Mivel a szögfelező minden pontja egyenlő távol van a szög két szárától, így $C_1D = CD = a_1$. A BC_1D derékszögű háromszög az oldalaiból megszerkeszthető: tetszés szerinti e egyenes C_1 pontjában merőlegest állítunk, felmérjük rá $C_1D = a_1$ -et és a D körül a_2 sugárral leírt körrel e -ből kimetszünk B -t. Ezután BD -nek D -n túli meghosszabbítására rámérjük $DC = a_1$ -et; a kapott C pontban BC -re emelt merőleges kimetszi e -ből az A csúcsot.



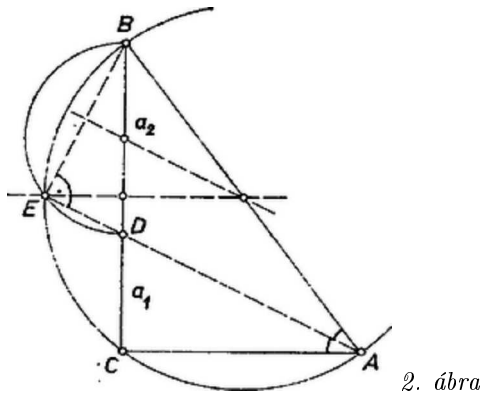
A nyert ABC háromszög C -nél derékszögű, BC -t a D pont a_1 és a_2 hosszúságú szakaszokra bontja, végül az ACD és AC_1D derékszögű háromszögek egybevágók, mert átfogójuk közös és $CD = C_1D$. Így $CAD \sphericalangle = C_1AD \sphericalangle$, tehát AD felezi a BAC szöget.

A BC_1D háromszög szerkeszthető, ha $CD < DB$, vagyis ha az adott a_1 és a_2 szakaszok különbözők. (A szakaszok szerepét a feladat nem jelölte meg, nyilván csak a kisebb szakasz fekszik a CA befogó oldalán). Mindig 1 megoldást kapunk, mert szabadon választhatjuk, hogy D -t az e -nek, és hogy B -t a C_1D -ek melyik oldalán kívánjuk.

Rácz Mihály (Budapest, Kállai É. ált. isk. VIII. o. t.)

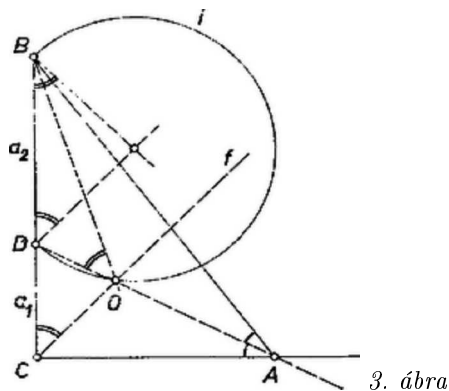
Megjegyzés. A megoldásnak egy más értelmezést is adhatunk. Tudjuk, hogy a szögfelező olyan arányban osztja a szemközti oldalt, mint a szöget közrefogó oldalak aránya, tehát $AB : AC = a_2 : a_1$. Az a_2 átfogójú, a_1 befogójú derékszögű háromszög (BC_1D) tehát hasonló a keresett háromszöghöz. Ezt kell úgy nagyítanunk, hogy BC_1 -nek megfelelő befogója $a_1 + a_2$ hosszúságú legyen. Egy ilyen háromszöget szerkesztettünk meg az ABC háromszögben.

Berkes István (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)



II. megoldás. Messe az AD szögfelező az ABC háromszög körülírt körét E -ben (2. ábra). Ismeretes, hogy E rajta van a $BC = a_1 + a_2$ húr felező merőlegesén. Másrészt $AEB \sphericalangle = ACB \sphericalangle = 90^\circ$, ezért E a $DB = a_2$ átmérő fölé írt Thalész-körnek is pontja, tehát $CB = a_1 + a_2$ elhelyezése után megszerkeszthető. Ekkor A -t a BEC háromszög körülírt köréből az ED egyenes metszi ki; másképpen: A a B -nek e körben átellenes pontja.

Gajzágó Éva (Budapest, Kaffka M. g. II. o. t.)



III. megoldás. Megszerkeszthetjük az ABC háromszögbe írt kör O középpontját. Ez rajta van egyrészt a BCA szög felezőjén, a CB -hez C -ben 45° szöggel hajló f félegyenesen (3. ábra). Másrészt a DOB szög, mint az AOB háromszög külső szöge, egyenlő a CAB és a CBA szögek felének összegével, ami 45° , így O rajta van azon az i köríven is, melynek pontjaiból DB -t 45° szögben látjuk. (i a BC -nek ugyanazon oldalán legyen, mint f .) O ismeretében A -t a C -ben CB -re állított merőlegesből akár DO -val, akár BC -nek BO -ra vett tükörképével kimetszhetjük.

Szabó Klára (Celldömölk, Berzsenyi D. g. II. o. t.)