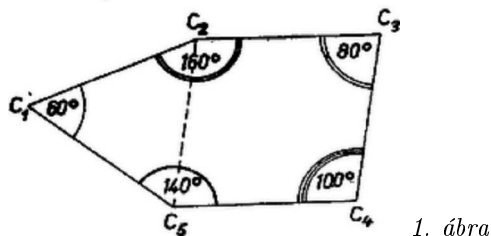


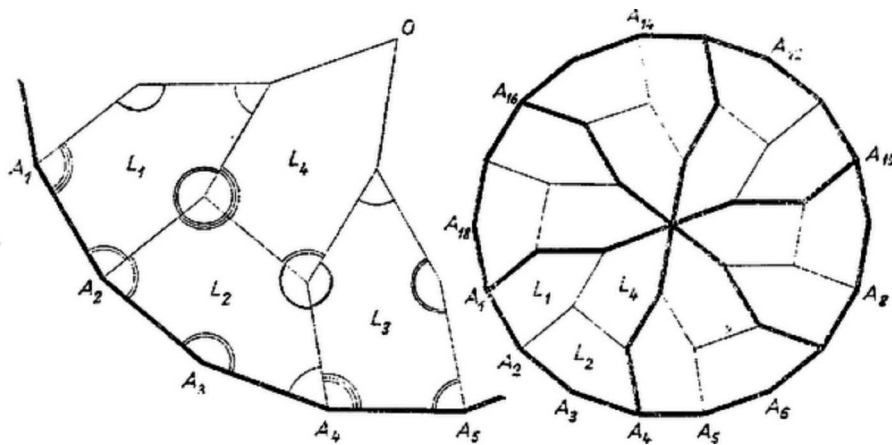
Az ötszöget pl. úgy rajzolhatjuk meg, hogy egy c oldalú szabályos háromszög egyik oldalára olyan rombuszt rajzolunk, melynek szögei 80° és 100° fokosak (1. ábra). A keletkező $C_1C_2C_3C_4C_5$ ötszöglemez ötödik szöge 140° . Másrészt az $A_1A_2A_3 \dots A_{17}A_{18} = S$ szabályos 18-szög szögei 160° -osak. Ezeket lemezeink szögeivel háromféleképpen fedhetjük le: egyetlen lemez 160° -os szögével, vagy két lemez 60° -os és 100° -os szögeinek összeillesztésével, végül két lemez 80° -os szögeinek összeillesztésével. Három lemez nem vehet részt S egy szögének lefedésében, mert legkisebb szögeik összege is 180° lenne.



1. ábra

Ez azt is jelenti, hogy ha a lefedésben egy lemez egy csúcsa egybeesik S egy csúcsával, akkor az onnan kiinduló oldalai közül legalább az egyik egybeesik S egy oldalával.

Egyébként S és a lemezek összes oldalainak egyenlősége alapján elég lesz mindig csak a szögeket tekintenünk; ha két lemez – vagy S és egy lemez – egy-egy csúcsa és egy-egy innen kiinduló oldaluk egyenese egybeesik, akkor szomszédos csúcsaik is egybeesnek.



2. ábra

és

3. ábra

Látjuk másrészt, hogy a lemez 140° -os szöge nem vehet részt S szögeinek lefedésében, így a lemeznél legfeljebb háromféle oldala illeszkedhet S oldalához. Kell is, hogy mindhárom féle oldala illeszkedjék, mert nem illeszkedhet minden lemezből a C_3C_4 oldal a 100° -os szög miatt, a C_2C_1 és C_2C_3 oldalak viszont a 160° -os szög miatt már egyetlen lemezpéldányon egyidejűen illeszkednek.

Fedjük le először pl. egy L_1 lemez azon oldalával, amelyik mellett 100° -os és 80° -os szög van, S -nek az A_1A_2 oldalát (a 80° -os szög essék A_2 -be, 2. ábra). Ekkor egy L_2 lemeznél ugyancsak a 80° -os szöge kerül A_2 -be, mégpedig úgy, hogy 160° -os szöge A_3 -ba kerüljön, mert különben L_1 és L_2 160° -os szögei egymás mellé kerülnének és a lefedetlen 40° -os szögtartományba már nem tudnánk lemezt illeszteni. A_4 -hez ekkor úgy kell egy L_3 lemez 100° -os szögét illesztenünk, hogy A_5 -be 80° -os szöge kerüljön, mert a 140° -os szög nem kerülhet S csúcsába.

A három lemez közt a sokszög belsejében lefedetlenül maradt tartományba éppen beilleszthető egy L_4 lemez, mert L_1 és L_2 közös csúcsánál $100^\circ + 160^\circ = 260^\circ$ -os szögtartomány van lefedve, L_2 és L_3 közös csúcsánál $140^\circ + 140^\circ = 280^\circ$, s így a fedetlenül maradt szögtartomány 100° -os, ill. 80° -os.

Az L_1, L_2, L_4 lemezekkel lefedett egyenlő oldalú 9-szög 3 oldala az $A_1A_2A_3A_4$ kerületszakasz – ami S kerületének $1/6$ része –, másik 3–3 oldala pedig L_4 60° -os szögének O csúcsa körüli 60° -os forgással egymásba megy át, ugyanis a $3c$ hosszúságú OA_1 , ill. OA_4 tört vonalak mentén egymás után található $200^\circ, 140^\circ$, ill. $160^\circ, 220^\circ$ nagyságú belső szögek egymást páronként 360° -ra egészítik ki, az A_1 és A_4 csúcsnál levő szögek összege pedig 160° , S egy szöge. Ezek szerint az L_1, L_2, L_4 lemezhármasból öt egymás utáni, O körüli 60° -os forgatással, 18 lemezzel egy c oldalú szabályos 18-szöget kapunk. Ezzel a lefedés lehetőségét bebizonyítottuk.

Meggondolásainkból az is következik, hogy a talált lefedésből minden lefedés megkapható elforgatással és tükrözéssel. Másképpen fogalmazva, L_1 elhelyezése után a további lemezeket már csak egyféleképpen helyezhetjük el. Valóban, annyit beláttunk, hogy L_2, L_3, L_4 elhelyezését L_1 már meghatározza. Viszont egy O körüli 60° -os elforgatás L_1 -et L_3 -ba viszi át, így ez ismét meghatározza egy további lemez elhelyezését: ezek úgy helyezkednek el, mintha L_2, L_3 ,

L_4 -et forgattuk volna el O körül 60° -kal. Így haladva tovább éppen az előzőkben leírt lefedéshez jutunk, mint L_1 elhelyezése után egyedül lehetséges lefedéshez. Ezt akartuk belátni.

Mezei Zsuzsa (Szentendre, Móricz Zs. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Többen megjegyezték, hogy az adott lemezzel a sík is hézagtalanul és egyrétűen lefedhető, *Bollobás Bélának* „A sík lefedése egybevágó konvex sokszögekkel” c. cikkében látható 17. és 20. ábrák szerint.¹

¹K. M. L. 22. (1961/5) 198. o.