

I. megoldás. a) A kifejezéseket egyszerűbb alakra hozhatjuk úgy, hogy az összeadásokat „belülről kifelé” haladva végezzük. Így mindjárt az összeadás utáni osztást is mindig elvégezve

$$A = \frac{1 + \frac{1 + \frac{3}{8}}{3}}{2} = \frac{1 + \frac{11}{24}}{2} = \frac{35}{48},$$

$$B = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{4}{9}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{9}{13}}} = \frac{1}{1 + \frac{13}{35}} = \frac{35}{48}.$$

Ezek szerint a kérdéses egyenlőség fennáll.

b) A két számot közös nevezőre hozva a nevező $31 \cdot 47 = 1457$, és a számlálók $23 \cdot 47 = 1081$, ill. $35 \cdot 31 = 1085$. Az utóbbi nagyobb, tehát a $35/47$ tört nagyobb.

Az a szám, amely két adott (különböző) számtól ugyanannyival tér el, a számtani közepük. Ha ugyanis a számok A és B és pl. $A < B$, akkor

$$\frac{A+B}{2} - A = \frac{B-A}{2}, \quad B - \frac{A+B}{2} = \frac{B-A}{2},$$

és e két különbség egyenlő.

Eszerint esetünkben az $1083/1457$ törtnek az adott törtektől való eltérése egyenlő. Ennek tizedes tört alakja nem véges: $0,74330\dots$, ötödik tizedes jegye 0, ezért a hozzá közelebb álló négyjegyű tizedes törtet lefelé kerekítéssel kapjuk: $0,7433$. Ez tér el körülbelül ugyanannyival az adott két számtól.

Bánkfalvi Emese (Szeged, Ságvári E. gyak. g. I. o. t.)

II. megoldás. a b) részre. Kisebb számokon át jutunk eredményhez, ha az adott számokat (mindkettő pozitív valódi tört) 1-re kiegészítő számokat tekintjük:

$$1 - \frac{23}{31} = \frac{8}{31}, \quad 1 - \frac{35}{47} = \frac{12}{47},$$

és ezeket közös számlálóra hozzuk:

$$\frac{24}{93}, \quad \frac{24}{94}.$$

A másodikban a nevező nagyobb, így a második tört kisebb. Eszerint a $35/47$ számot kisebb szám egészíti ki 1-re, mint a $23/31$ -et, tehát $35/47$ nagyobb a másik számnál.

Az adott számok tizedestört alakja 5 jegyre $0,74193\dots$, ill. $0,74468\dots$. Ezekből a számtani közepük 5 tizedes jegyre $0,74330\dots$, tehát 4 jegyre való kerekítettje $0,7433$.

Megjegyzések. 1. Az 1-re kiegészítő számok közös számlálójú alakját 3-mal, ill. 2-vel való bővítés útján kaptuk. Az eredeti számok 3-mal, ill. 2-vel bővített alakját, $69/93$ -ot és $70/94$ -et nézve a második szám úgy adódik az elsőből, ha annak számlálóját is, nevezőjét is ugyanannyival, 1-gyel növeljük. Az olvasó könnyen igazolhatja, hogy pozitív számlálójú és nevezőjű valódi törtből ezen az úton mindig nagyobb törtet kapunk.

Freud Róbert (Budapest, Bolyai J. g. II. o. t.)

2. A B kifejezést a $35/48$ szám *lánctört* kifejtésének szokás nevezni. Benne azt tekintjük lényegesnek, hogy számláló gyanánt csak az 1-et fogadjuk el. Adott szám lánctörtté alakítása fordított sorrendben történhetik, a számítás eleje pl.

$$\frac{275}{48} = 5 + \frac{35}{48} = 5 + \frac{1}{\frac{48}{35}} = 5 + \frac{1}{1 + \frac{13}{35}} = \dots$$

Egy lánctört első, második, harmadik, stb. közelítő törtjének nevezzük azt a törtet, amely keletkezik, ha az első, a második, a harmadik stb. nevező alatt elhagyjuk az egész számhoz hozzáadandó számot. Esetünkben $35/48$ első négy közelítő törtje

$$\frac{1}{1} = 1, \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}} = \frac{3}{4}, \quad \frac{8}{11},$$

az ötödik közelítő tört már maga a szám.

A lánctörtkifejtésnek bonyolult alakja ellenére nagy fontosságot ad az, hogy közelítő törtjei közönséges törtté alakítva a nevezőhöz képest aránylag nagy pontossággal közelítik meg a lánctörtbe fejtett számot.