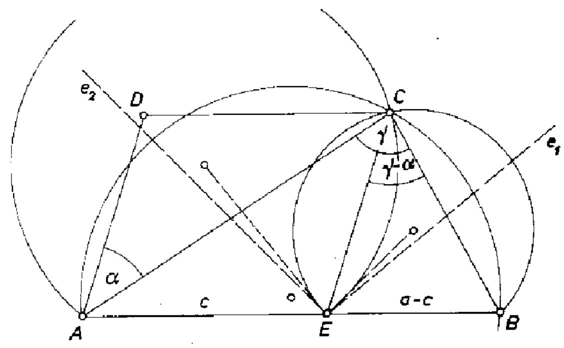
I. megoldás. Képzeljük megoldottnak a feladatot, és legyen a keresett trapéz $ABCD$, melyben $AB \parallel CD$, $AB = a$ és $CD = c$ az adott szakaszok, $CAD\sphericalangle = \alpha$ és $ACB\sphericalangle = \gamma$ az adott szögek. Feltehetjük, hogy $a \geq c$, ekkor a C-n át AD-vel húzott párhuzamos AB-t vagy egy belső E pontban metszi, vagy B-ben, ezért $\gamma = ACB\sphericalangle \geq ACE\sphericalangle = CAD\sphericalangle = \alpha$.



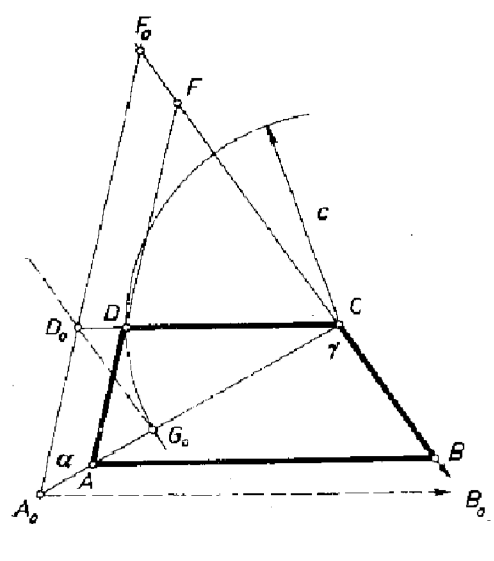
1. ábra

Innen azt is látjuk, hogy ismerjük AB-nek és $AE = c$, $EB = a - c$ részeinek C-ben vett látószögét, ugyanis $BCE\sphericalangle = \gamma - \alpha$. Ezért A, B és E kijelölése után (ti. $AE = c$) a 3 látószögkörív közül bármelyik kettőt megrajzolva metszéspontjukban megkapjuk C-t, majd az AEC háromszöget $AECD$ paralelogrammává kiegészítve D-t. (A szimmetria miatt a látószögköríveket elég AB-nek egyik partján megrajzolni.)

EB látóköríve csak $a - c > 0$, valamint $\gamma - \alpha > 0°$, azaz $a > c$ és $\gamma > \alpha$ mellett használható. E feltételek teljesülése esetén mindig van megoldás. Vegyük ugyanis AE-nek α nyílású és EB-nek $\gamma - \alpha$ nyílású látószögkörívét, és rajzoljuk meg E-beli érintőjüknek a használt félsíkon levő e_1 ill. e_2 félegyenesét. Az első félérintő az EA félegyenessel $180° - \alpha$ szöget, a második félérintő EB-vel $180° - (\gamma - \alpha)$ szöget zár be, ekkora szögben látjuk az egyes íveket E-ből. E két szög összege $360° - \gamma$, és ez nyilván nagyobb $180°$-nál, mert $\gamma < 180°$. A $180°$-kal szemben mutatkozó $180° - \gamma$ többlet megadja a két félérintő közti szög (a szögtartományokkal kétszer lefedett szög) nagyságát. Ebben a szögben mindkét ívet látjuk, tehát van egyetlen közös pontjuk, és az C.

Keresszegi Hajnalka (Pápa, Petőfi S. g. II. o. t.)

II. megoldás. Feltesszük, hogy $c < a$ és $\gamma > \alpha$. Ekkor a szárak C-n, ill. D-n túli meghosszabbításai metszik egymást egy F pontban. A külső szög tétele szerint $AFC\sphericalangle = ACB\sphericalangle - CAF\sphericalangle = \gamma - \alpha$, ennélfogva szerkeszthetünk egy az ACF-hez hasonló $A_0C_0F_0$ háromszöget. Ezt kiegészítjük egész alakzatunk nagyított (vagy kicsinyített) képévé. FDC és FAB hasonló háromszögek, ezért $FD : FA = c : a$, ennek alapján az F_0A_0 oldalon megszerkeszthetjük a D-nek megfelelő D_0 pontot. Most már B_0-t F_0C_0-ból a D_0C_0-lal A_0-on át húzott párhuzamos metszi ki, végül az A_0, B_0, C_0, D_0, F_0 pontok alakzatát úgy nagyítjuk, hogy pl. C_0D_0 megfelelője egyenlő legyen c-vel.



2. ábra

Egy célszerű végrehajtás: Egy a hosszúságú A_0C_0 szakasz egyik partjára A_0-ban felmérjük α-t, a másik partjára C_0-ban γ-t; ekkor α és γ szabad szárainak metszéspontja F_0. Mérjük fel C_0-tól A_0 felé c-t, jelöljük a végpontot G_0-lal, ekkor D_0-t a G_0-on át C_0F_0-lal párhuzamosan húzott egyenes metszi ki A_0F_0-ból. B_0 megszerkesztése mellőzhető. Vegyük most C-t azonosnak C_0-lal, tehát ez lesz a nagyítás középpontja. Ekkor D-t a C_0D_0 félegyenesen kapjuk C-től c távolságban (a felmérés elmaradhat, ha G_0 kitűzésekor C körül c sugarú kört írtunk), A-t a D-n átmenő A_0F_0-lal párhuzamos metszi ki C_0A_0-ból, B-t pedig az A-n át C_0D_0-lal párhuzamosan húzott egyenes CF_0-ból.

A mondott szerkesztések egyértelműen végrehajthatók, tehát a feladatnak 1 megoldása van.

Mátrai Miklós (Hódmezővásárhely, Bethlen G. g. I. o. t.)