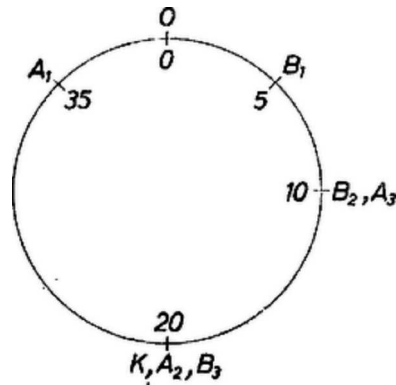


A körpálya bármely  $P$  pontját annak az  $OP$  ívnek a hosszával jellemezzük, amelyet  $B$  a maga  $O$  kiinduló pontjától  $P$ -ig megtett az első körüljárásban. Így  $A$ -nak  $K$  kiinduló pontjára  $OK = 20$  m. Elég lesz  $A$  forduló pontjait vizsgálnunk, két egymás utáni forduló pont között ugyanis  $A$  egyenletesen mozog.



1. ábra

Az első forduló pontig  $A$  üldözi  $B$ -t. Az induláskor  $B$ -hez képest  $20$  m volt a hátránya, és ez az első forduló pontig a megengedett  $10$  m-re csökken.  $A$  másodpercenként  $3 - 1 = 2$  m-rel csökkenti hátrányát, ezért a fordulásig  $10 : 2 = 5$  mp telik el. Eddig  $A$   $15$  m-t tesz meg, tehát a pálya  $20 + 15 = 35$  m jelzésű  $A_1$  pontjába jut.  $B$  eddig megtett útja pedig  $5$  m, tehát ekkor  $B$  az  $5$  m jelzésű  $B_1$  pontban van.

A mozgás második szakaszában  $A$  szembe halad  $B$ -vel. Kezdeti  $30$  m-es távolságuk mp-enként  $3 + 1 = 4$  m-rel csökkenve  $5$  mp alatt fogy a megengedett  $10$  m-re. Eddig  $A$  éppen visszaér  $K$ -ba,  $B$  pedig  $5$  m-rel halad túl  $B_1$ -en új,  $B_2$  helyzetére  $OB_2 = 10$  m.

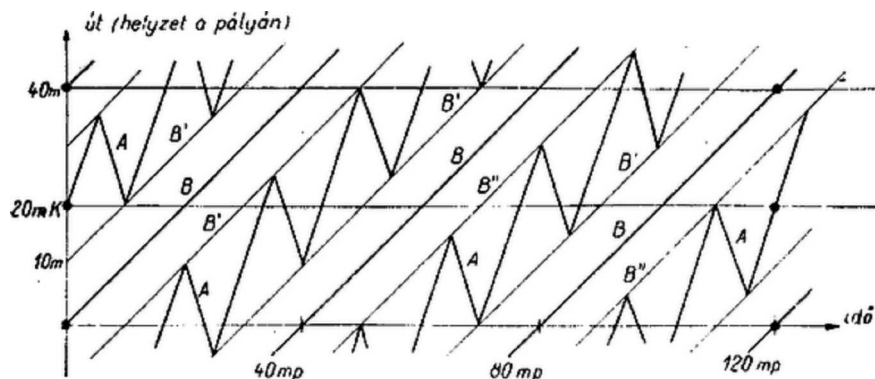
A harmadik szakaszban  $A$  ismét üldözi  $B$ -t, mint az első szakaszban. Ez azonban kétszer annyi ideig,  $10$  mp-ig tart, mert  $A$ -nak a szakasz végéig  $30$  m-ről  $10$  m-re, vagyis  $20$  m-rel kell csökkentenie hátrányát. E  $10$  mp alatt  $A$  útja áthalad  $O$ -n és az  $A_3$  pontba jut, amelyre  $OA_3 = KA_3 - KO = 10$  m.  $B$  pedig  $10$  m-rel előbbre, a  $B_3$ -ba jut, amelyre  $OB_3 = 20$  m.

Ezzel megkaptuk  $A$  két egymás utáni, azonos jellegű fordulópontját, ti. amikor üldözés után szembefordul  $B$ -vel. A további, váltakozva  $B$ -vel szembefutó és üldöző mozgásszakaszok időtartama nyilván váltakozva ugyancsak  $5$ , ill.  $10$  mp. Eszerint  $A$  először  $5$  mp-ig  $B$  mozgásával egy irányban halad a pályán, utána pedig szakaszosan ismétlődve  $5$  mp-ig visszafelé, majd  $10$  mp-ig előre halad.

További kérdés az, ha a mozgásokat a pályához képest nézzük, adódik-e a mozgás során  $A$ -nak és  $B$ -nek a pályán olyan helyzete, amely egyszer már előfordult. Innen kezdve ugyanis a mozgás szakaszai a pályához képest is ismétlődnek.

$B$  mozgása a pályán  $40$  mp-enként ismétlődik, amennyi idő alatt egyszer körülfutja a pályát;  $A$ -nak ugyanolyan jellegű (azaz pl. üldözésből szembe haladásra átváltó) forduló pontjai viszont  $15$  mp-enként. E két időköz legkisebb közös többszörösében,  $120$  mp-ben megkapjuk azt a legkisebb időközt, amelynek elején és végén  $B$ -nek a pályához viszonyított helyzete is és  $A$  helyzete  $B$ -hez képest is ugyanaz.  $120$  mp eltelte után  $B$  valóban  $O$ -ban van, addig  $3$  teljes körüljárást tett. Viszont  $A$ -nak a kezdeti  $5$  mp-es szakasz utáni  $115$  mp-es mozgásában  $7$ -szer ismétlődik az  $5$  mp-es visszafelé és  $10$  mp-es előremozgás, végül a fennmaradó  $10$  mp-ből ismét  $5$  mp-ig visszafelé, és  $5$  mp-ig előre mozog. Így  $7 \cdot 5 + 5 = 40$  mp-ig mozgott visszafelé és  $5 + 7 \cdot 10 + 5 = 80$  mp-ig előre; annyit haladt tehát előre, mintha csak  $40$  mp-ig mozgott volna előre. Ez alatti útja  $120$  m, a pálya hosszának  $3$ -szorososa, tehát  $120$  mp elteltével  $A$  is a maga  $K$  kiindulópontjában van. (Azonban e pillanatban  $K$  nem forduló pontja  $A$ -nak.)

Eredményünk a mozgások grafikonjából is kiolvasható. Azt, hogy  $A$  csak  $10$  m-re közelítheti meg  $B$ -t, helyettesíthetjük a következő feltétellel:  $B$  egy  $20$  m hosszú test (a köríven mérve). Így a grafikonon  $B$  elejét és végét külön tüntetjük fel ( $B'$  ill.  $B''$ ) és a köztük levő szakaszt tölti ki  $B$ .



2. ábra

Az  $O$  ponton való áthaladások úgy mutatkoznak, hogy  $A$ ,  $B$ ,  $B'$ ,  $B''$  grafikonja a 40 m-es pályahossznak megfelelő egyenesen megszakad és az  $O$ -nak megfelelő egyenes ugyanazon időponthoz tartozó pontjából a szakadás előtti irányban folytatódik. (Az  $O$  pont kb. 5 m-es környezetében lefolyó mozgásrészek grafikonját jobb áttekintés végett fent, ill. lent megismételtük.) Az  $A$  előre és visszafelé való mozgásszakaszait ábrázoló egyenesszakaszok az időtengelyhez képest ugyanakkora szöggel emelkednek, ill. süllyednek, és mindig  $B'$ , és  $B''$  grafikonjai között maradnak. A grafikonon is látható, hogy 120 mp eltelte után mind  $B$ , mind  $A$  a kiindulópontjában van, előbb viszont ez egyidejűleg nem fordul elő.

Hasonlóan lehet belátni, hogy a mozgás akkor is 120 mp-enként ismétlődik, ha  $A$  a  $B$ -vel szembe indul el.

*Lehel Csaba* (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. I. o. t.)