

Bevezetve a

$$\sqrt{x^2 + 11} = u, \quad \sqrt{y^2 + 21} = v, \quad \sqrt{z^2 - 33} = w$$

jelöléseket, egyenletrendszerünk a következő alakot ölti:

$$u^2v = 180, \quad v^2w = 100, \quad w^2u = 96.$$

Fejazzük ki az első egyenletből v -t, helyettesítsük ezt a másodikba, majd fejazzuk ki onnét w -t és helyettesítsük a harmadik egyenletbe:

$$\frac{1}{v} = \frac{u^2}{180}, \quad w = \frac{100}{v^2} = \frac{100u^4}{180^2} = \frac{u^4}{18^2}, \quad \frac{u^9}{18^4} = 96.$$

Ebből

$$u = \sqrt[9]{96 \cdot 18^4} = \sqrt[9]{2^9 \cdot 3^9} = 2 \cdot 3 = 6,$$

és folytatólag $v = 5$, $w = 4$. Végül az eredeti ismeretlenek:

$$x = \pm\sqrt{u^2 - 11} = \pm 5, \quad y = \pm\sqrt{v^2 - 21} = \pm 2, \quad z = \pm\sqrt{w^2 + 33} = \pm 7.$$

x , y , z előjele egymástól független, ezért az előjelek variálásával 8 megoldást kapunk:

$$\begin{array}{cccc} x, y, z = +5, +2, +7; & +5, +2, -7; & +5, -2, +7; & +5, -2, -7, \\ -5, +2, +7; & -5, +2, -7; & -5, -2, +7; & -5, -2, -7. \end{array}$$

Csörnyei Zoltán (Veszprém, Lovassy L. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Számos I. osztályos versenyző nem vette figyelembe a négyzetgyökvonás kétértékűségét és csak a fenti első megoldást adta meg.