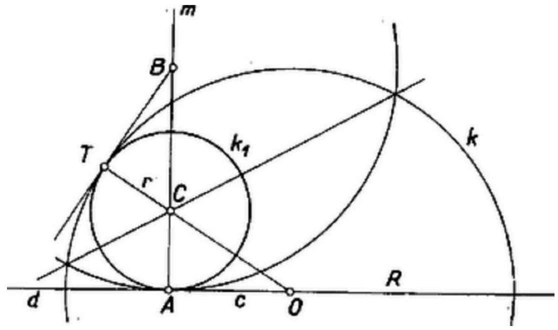
A megoldásban a következő jelöléseket használjuk: az adott kör k, a keresett kör k_1, középpontjuk O, ill. C, sugaruk R, ill. r, érintkezési pontjuk T, az adott pont A, az OA szakasz c, az OA egyenes d és az erre A-ban állított merőleges m. Feltesszük, hogy A nem azonos O-val, enélkül d határozatlan. k_1-et d-nek mindig csak az egyik partján szerkesztjük meg, a másik parton levő megoldás tükrözéssel adódik.



1. ábra

I. megoldás. Az OAC derékszögű háromszögben ismerjük OA-t, mely a derékszög mellett fekszik, és a másik két oldal $AC+CO=TC+CO=TO=R$ összegét. Eszerint C megszerkesztése a 751. gyakorlat [1] speciális esete, amikor $\alpha=90^\circ$. Az ottani I. megoldás szerint m-re A-ból rámérve az $AB=R$ távolságot, C-t m-ből az OB szakasz f felező merőlegese[2] metszi ki (1. ábra).

A 751. gyakorlatra hivatkozva szerkesztésünk helyességének bizonyítását és a diszkussziót mellőzhetjük. Mindig 1 megoldás van (d megválasztott partján), mert A belső pont, és így $c<R$.

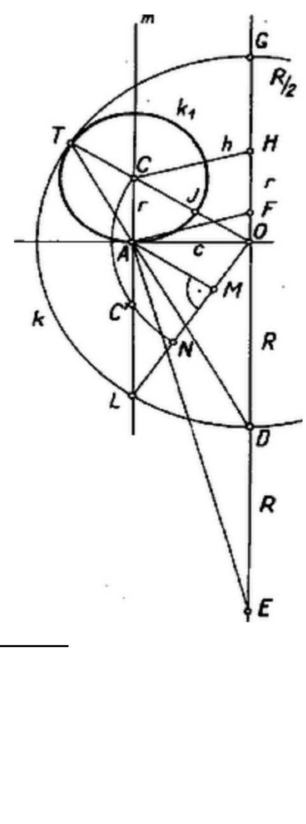
Zichy László (Esztergom, Temesvári Pelbárt g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. B megszerkesztése után T-t is megkaphatjuk, mint a B-ből k-hoz húzott érintő érintési pontját, és ekkor C-t m és a TO sugár metszéspontja adja. Ugyanis $TBC\Delta \simeq AOC\Delta$, mert C-nél levő szögeik csúcsszögek és C-ből kiinduló oldalaik páronként egyenlők, ezért $OTB\sphericalangle = CTB\sphericalangle = CAO\sphericalangle = 90^\circ$, tehát TB a k érintője.

Huhn András (Szeged, Ságvári E. gyak. g. I. o. t.)

2. f megszerkesztéséhez O és B körül egyenlő sugarú köríveket kell rajzolnunk. Az első gyanánt célszerű magát k-t venni, ezért B körül is R sugárral rajzoljuk a k' ívet[2]. Ebből új magyarázatát adhatjuk a már kész szerkesztésnek. Ugyanis k' az A-ban érinti k_1-et, ezért a feladatot így fogalmazhatjuk át: szerkesztendő olyan kör, mely érinti az egyenlő sugarú k és k' köröket (mindkettőt belülről), és középpontja m-en van. A szimmetria miatt e kör középpontja csak k és k' közös f szimmetriatengelyén lehet.

Reményi Katalin (Budapest XI., Szamuely T. ált. isk. VI. o. t.)



2. ábra

[1]Lásd K. M. L. 25 (1962/11) 149. o.
[2]Az 1. ábrán f és k' pótlandó.
[2]Az 1. ábrán f és k' pótlandó.

II. megoldás. Két kör – ha egy síkban vannak – mindig hasonló helyzetben van. k és k_1 belső érintkezése miatt a külső hasonlósági pontjuk éppen T. Ha tehát megrajzoljuk k-nak azt az OD sugarát (2. ábra), amely párhuzamos és egyirányú k_1-nek CA sugarával, akkor a DA egyenes k-ből kimetszi T-t. Az ehhez szükséges D pont a d-re merőleges átmérőnek az a végpontja, amely d-nek C-vel ellentétes partján van.

Deák László (Győr, Révai M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlítsuk össze ezt a megoldást a 623. gyakorlat[3] II. megoldásával.

III. megoldás. Megszerkesztjük r-et. Az OAC háromszögből

$$c^2 + r^2 = (R-r)^2, \ r = \frac{R^2 - c^2}{2R} = \frac{R}{2} - \frac{c^2}{2R}.$$

A $c^2/2R$ szakaszt mindjárt megfelelő helyzetben úgy kapjuk, ha vesszük O tükörképét az előbbi D pontra – legyen ez E –, majd az EA-ra A-ban állított merőleges F metszéspontját OD-n. Ekkor az EAF derékszögű háromszögből $OF = OA^2/OE = c^2/2R$. Ezért – az OA-ra merőleges átmérő másik végpontját G-vel és OG felezőpontját H-val jelölve

$$FH = OH - OF = \frac{R}{2} - \frac{c^2}{2R} = r,$$

tehát C-t m-ből a H-n átmenő, AF-fel párhuzamos h egyenessel metszhetjük ki. A szerkesztés végrehajtásában F-et nélkülözhetjük: h a H-n átmenő és AE-re merőleges egyenes.

A számítás *Parai Adrienne* (Miskolc, XII. sz. ált. isk. VIII. o. t.) dolgozatából

IV. megoldás. Messe TO a k_1-et másodszor J-ben, ekkor

$$OJ \cdot OT = OA^2\text{-ből} \qquad OJ = R - 2r = c^2/R.$$

Legyen m és k egyik metszéspontja L, továbbá A vetülete OL-re M, LM felező pontja N. Ekkor az AOL derékszögű háromszögből

$$c^2 = OA^2 = OM \cdot OL = OM \cdot R, \quad \text{így}$$
$$OM = c^2/R = OJ, \quad ON = OC,$$

tehát C-t m-ből az O körül ON sugárral írt kör metszi ki.

Buócz Enikő (Miskolc, Kilián Gy. g. II. o. t.)

[3] K. L. M. 22 (1961/1) 17. o.