I. megoldás. Tegyük fel, hogy egyik nevező sem 0 és jelöljük a négy hányados közös értékét k-val. Ekkor

$$\frac{a+b}{3a-b}=k\text{-}ból \quad b=a\frac{3k-1}{k+1}=aj, \quad ahol \quad j=\frac{3k-1}{k+1}.$$

Ugyanígy a további hányadosokból külön-külön $c=bj$, $d=cj$, $a=dj$. Ezekből kiküszöböléssel $a=dj=cj^2=bj^3=aj^4$, tehát $a(j^4-1)=0$. Itt nem lehet $a=0$, mert abból $b=c=d=0$ adódnék, és egyik hányadosnak sem volna értelme. Ezért $j^4-1=0$, amiből, csak valós számokra szorítkozva, $j=\pm1$.

Mármost $j=+1$-gyel $a=b=c=d\neq0$, és így (2) bal és jobb oldalának értéke egyaránt $4a^2$, az egyenlőség fennáll (az (1)-beli hányadosok értéke ugyancsak 1). Ellenben $j=-1$-gyel $b=d=-a$ és $c=a$, így (2) bal oldala ismét $4a^2(>0)$, jobb oldala pedig 0, tehát a kérdéses egyenlőség nem áll fenn. Ekkor az (1)-beli hányadosok értéke 0.

Eszerint az állítás az adott alakban nem helyes, de helyessé lesz pl. a következő módosított alakban: „*ha*

$$\frac{a+b}{3a-b}=\frac{b+c}{3b-c}=\frac{c+d}{3c-d}=\frac{d+a}{3d-a}\neq0, \; akkor$$
$$a^2+b^2+c^2+d^2=ab+bc+cd+da.''$$

Folly Gábor (Budapest, Piarista g. II. o. t.)

II. megoldás. A feltevés a négy változó között három összefüggést ad meg, ez módot nyújt közülük három kiküszöbölésére és a vizsgálandó két kifejezésnek csak egy-egy változóval való kifejezésére. Az $a=b=c=d=0$ esetet kizárva az első két hányados egyenlőségéből $b^2=ac$, az elsőből és a harmadikból $ab=cd$. Ezekhez hasonlóan még a következő egyszerű összefüggéseket kapjuk: $c^2=bd$, $bc=ad$, $d^2=ac$, $a^2=bd$.

Ezeket egybevetve egyrészt $c^2=a^2$, $d^2=b^2$. Innen $c=\varepsilon_1a$ és $d=\varepsilon_2b$, ahol ε_1 és ε_2 a ±1 értékeket veheti fel. Így azonban $ab=cd=\varepsilon_1\varepsilon_2ab$, azért $\varepsilon_1\varepsilon_2=1$, tehát $\varepsilon_2=\varepsilon_1$. Másrészt $b^2=ac=\varepsilon_1a^2$, ezért csak $\varepsilon_1=+1$ lehet, különben nem lehetne a, b mindegyike valós.

Mostmár $c=a$, $d=b$ és $b^2=a^2$-ből $b=\pm a$. A $b=+a(=c=d)$ esetben (2) mindkét oldala $4a^2$; a $b=-a$ esetben viszont a jobb oldal 0, a bal pedig ismét $4a^2(>0)$, az egyenlőség nem áll fenn. Ezek szerint az állítás általában nem érvényes.