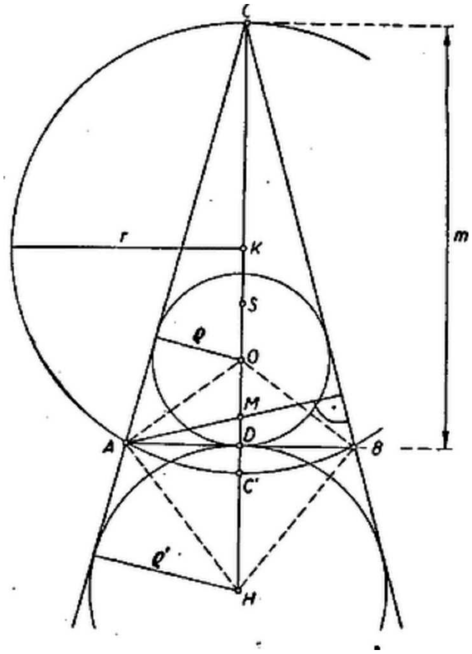
I. Mindegyik vizsgálandó nevezetes pont a háromszög tengelyén van. A köztük levő távolságok legfeljebb 0,2 mm pontosságig mérhetők meg, ha ti. a szerkesztést jól hegyezett kemény ceruzával végeztük, amely kb. 0,1 mm vastag vonalat rajzol. (A több lépésből álló szerkesztésekben az elkerülhetetlen hibák felszaporodhatnak; ezért is célszerű a szerkesztést – ha csak mérésre szorítkozunk – legalább kétszer, egymástól függetlenül elvégezni.) A pontokat a feladat fenti sorrendjében S, M, K, 0, H-val jelölve a távolságokat (mm-ben) az alábbi táblázat tünteti fel (a teljes táblázat a jobbra lejtő átlóra szimmetrikus lenne, elég a felét kiírni):

	S-ig	O-ig	M-ig	H-ig
K-tól	15,5	31,0	46,5	93,0
S-től	–	15,5	31,0	77,5
O-tól	–	–	15,5	62,0
M-től	–	–	–	46,5



Érdekes, hogy a 15,5 mm mérési eredmény 3-szor, a 31,0 és 46,5 mm pedig 2-szer–2-szer lép fel, továbbá, hogy a 31,0, 46,5, 62,0, 77,5, 93,0 mm-es eredmény a 15,5-nek rendre 2-szerese, ill. 3-, 4-, 5-, 6-szorosa.

Szentai Judit (Budapest, Kanizsay D. lg. I. o. t.)

Treer Mária (Budapest, Kaffka M. lg. I. o. t.) II. A távolságokat számítással pontosan megállapíthatjuk. Legyenek a háromszög csúcsai A, B, C, ahol $AB = 60$ mm, és az alap felezőpontja D. Ekkor az ACD derékszögű háromszögből a magasság $m = CD = \sqrt{13\,500} = 30\sqrt{13}$ mm (tovább is a mm az egység), $DS = CD/3 = 10\sqrt{15}$, mert S harmadolja DC-t. Az AMD és CBD derékszögű háromszögek hasonlók, mert A és C-nél levő (hegyes) szögeik szárai páronként merőlegesek, ezért

$$DM = \frac{DA}{DC} \cdot DB = 2\sqrt{15}.$$

Legyen a körülírt kör sugara r, a C-vel átellenes pontja C'. Így a $CC'A$ derékszögű háromszögből az ismert mértani középarányos tétel szerint

$$CA^2 = CD \cdot CC' = 2r \cdot CD, \qquad r = 16\sqrt{15},$$
$$\text{és így } DK = m - r = 14\sqrt{15}.$$

O és H helyzetének meghatározására kiszámítjuk D-től való távolságukat. Ezek egyenlők a beírt kör ϱ, ill. a hozzáírt kör ϱ' sugarával, mert a körök AB-t éppen D-ben érintik. ϱ-t meghatározhatjuk abból, hogy ϱ az ABO, BCO és CAO háromszögeknek az AB, BC, CA alaphoz tartozó magassága, és e 3 háromszög együttes területe egyenlő az ABC háromszög t területével:

$$\frac{AB \cdot \varrho}{2} + \frac{BC \cdot \varrho}{2} + \frac{CA \cdot \varrho}{2} = \frac{\varrho}{2}(AB + BC + CA) = \frac{AB \cdot CD}{2},$$

amiből $DO = \varrho = 6\sqrt{15}$. ϱ'-t hasonlóan kapjuk: a BCH és CAH háromszögek területének összegéből az ABH háromszög területét kivonva ismét ABC területét kapjuk:

$$\frac{BC\cdot\varrho'}{2}+\frac{CA\cdot\varrho'}{2}-\frac{AB\cdot\varrho'}{2}=\frac{BC\cdot CD}{2},$$
$$DH=\varrho'=\frac{AB\cdot CD}{BC+CA-AB}=10\sqrt{15}.$$

Most már a kérdéses távolságokat DS, DM, DK, $D0$, DH-ból kivonással és összeadással abból kapjuk, hogy mindegyik vizsgálandó pont és D is az $ABC\triangle$ tengelyén van, éspedig H kivételével mindegyik a háromszög belsejében (ugyanis a háromszög hegyesszögű, mert alapja kisebb a száránál, ezért M és K belső pontok). Így

$$KS=SO=OM=4\sqrt{15},\qquad KO=SM=8\sqrt{15},$$
$$KM=MH=12\sqrt{15},\qquad OH=16\sqrt{15},\qquad SH=20\sqrt{15},\qquad KH=24\sqrt{15},$$

vagyis ebben a speciális háromszögben a K, S, 0, M pontok egymástól egyenlő távolságban sorakoznak a tengelyen és M-től C' is ennyire van, mert $DC'=2r-m=2\sqrt{15}$.

Somos Péter (Budapest, Rákóczi F. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Többen kimondták, hogy a vizsgált háromszögben csak O (és H) elhelyezkedése a különösség, – hogy ti. O felezi az SM szakaszt. Bebizonyítható ugyanis, hogy M, S, K minden nem egyenlő oldalú háromszögben is egy egyenesen (a háromszög ún. „Euler–féle egyenesén") fekszik – így pedig az SCM és SDK háromszögek hasonlóságából és az $SC:SD=2:1$ arányból adódik, hogy $SM=2\,SK$.)