I. megoldás. Az $\overline{AB}$ szám legalább 32, mert a kisebb természetes számok négyzete legfeljebb háromjegyű. Nem sok próbálgatással rájövünk, hogy A nem lehet kisebb 9-nél. Ugyanis $\overline{AB^2}$ is az A jeggyel kezdődik, márpedig azoknak a kétjegyű számoknak a négyzete, amelyek tízes jegye 3, 4, 5, 6, 7, rendre kisebb, mint $40^2=1600$, $50^2=2500$, $60^2=3600$, $70^2=4900$, ill. $80^2=6400$, a 8-cal kezdődők négyzete pedig legfeljebb $89^2=7921$ lehet. Így ezeknek a számoknak a négyzete kisebb számjeggyel kezdődik, mint az alap.

Ennek folytán a $\overline{CD^3}$ szám is csak 9000 és 10 000 közé eshet. E két korlát között egyetlen köbszám a $21^3=9261$, mert 20^3 még csak 8000, viszont 22^3 már 10 648. Eszerint más megoldás nem lehet, mint $A=9$, $C=2$, $B=6$, $D=1$. Innen $\overline{AB}=96$, ennek négyzete 9216, ami megfelel az első feltételnek.

Uray Szabolcs (Szentendre, Móricz Zs. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Kevesebb próbálgatás után jutunk el A egyetlen lehetséges értékéhez az alábbi úton. $\overline{AB^2}=(10A+B)^2=100A^2+20AB+B^2$-ben A, $B\leqq 9$ miatt $20\,AB+B^2\leqq 1701$, vagyis az A^2 számú százashoz legfeljebb 17 százas lép hozzá. $\overline{AB^2}$-nek $\overline{ACDB}$ alakjában viszont a százasok száma $\overline{AC}=10\,A+C$. Ezek szerint $10\,A+C\leqq A^2+17$, és így még inkább $10\,A\leqq A^2+17$, vagyis $A^2-10\,A+17\geqq 0$. A bal oldal az $A=5\pm\sqrt{8}$ értékek között negatív, ennélfogva vagy $A\leqq 2$ (ezt azonban már kizártuk), vagy $A\geqq 8$. Mivel ismét $89^2<8000$, csak $A=9$ vezethet megoldásra.

Szentai Judit (Budapest, Kanizsay D. lg. I. o. t)

II. megoldás. $\overline{CD^3}-\overline{AB^2}=\overline{BD}-\overline{DB}=(B-D)9$, osztható 9-cel. Megmutatjuk, hogy $\overline{AB}$, s így vele együtt $\overline{CD}$ is osztható 3-mal. Ha e egész szám, $e^3-e=(e-1)e(e+1)$ osztható 3-mal, mert három egymás utáni egész szám szorzata, és ezek egyike osztható 3-mal. Ezt $e=CD$-re alkalmazva:

$$\overline{CD^3}-\overline{CD}=\overline{ACBD}-\overline{CD}=1000A+10B+90C=90(10A+C)+10\cdot\overline{AB}.$$

A bal oldal és a jobb oldal első tagja osztható 3-mal, tehát a jobb oldal második tagja is, ami csak úgy lehetséges, hogy $\overline{AB}$ osztható 3-mal. Ekkor azonban $\overline{CD^3}-\overline{AB^2}$ csak úgy lehet 9-cel osztható, ha $\overline{CD}$ is osztható 3-mal. Másrészt

$$10^3=1000\leqq\overline{CD^3}<10\,000<22^3(=10\,648),$$

tehát $10\leqq\overline{CD}\leqq 21$. Ebben a számközben a 3-mal osztható számok jönnek tekintetbe, vagyis a 12, 15, 18, 21 számok.

Azt is tudjuk, hogy $\overline{CD^3}$ utolsó jegye D, megegyezik az alap utolsó jegyével. Ez csak az 1, 4, 5, 6, 9-re végződő számokra teljesül, tehát csak 15 vagy 21 lehet $\overline{CD}$. Ezek közül 15^3 utolsó két jegye 75, s így $\overline{CD}=15$ mellett $\overline{AB^2}$-nek 57-re kellene végződnie, ami lehetetlen, mert négyzetszám nem végződhet 7-re.

Egyetlen lehetőségként $\overline{CD}=21$ maradt. Erre

$$\overline{CD^3}=21^3=9261\,(=\overline{ACBD})\text{ és }(\overline{ACDB}=)\,9216=96^2=\overline{AB^2}$$

kielégíti a feltételeket.