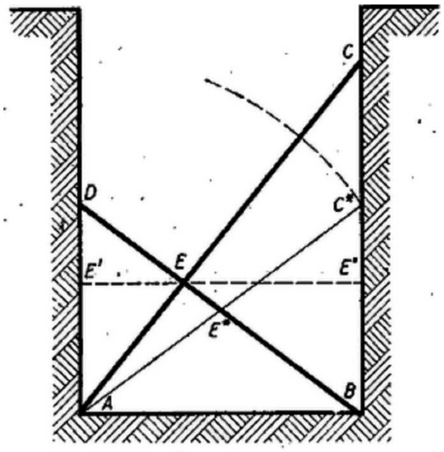
Legyen az árok keresztmetszetének alapéle AB, a létrák támaszkodási pontja az oldalfalakon C és D úgy, hogy $AC=3$ m és $BD=2$ m, a létrák keresztezési pontja E, végül ennek vetülete az AD falon E'. Bálint állítása szerint $E'E=1$ m.



Gondoljunk a BC falhoz hozzátámasztva egy $AC^*=2$ m-es létrát is. Ennek E^* keresztezési pontja BD-vel mindkét létrának felező pontja, $E^*D=1$ m. C^* a CD szakaszon van, mert C az A körül 2 m sugárral írt körön kívül van, B pedig belül (ugyanis $AB<BD=2$ m). Így AC az AC^* egyenes D-t tartalmazó partján van, tehát az E keresztezési pont a BD egyenes E^*D szakaszára esik. Így

$$E'E<ED<E^*D=1\text{ m}.$$

Bálint tehát lehetetlent állított:

Megjegyzések. 1. Ha már tudjuk, hogy C^* a BC szakaszon van (tehát $AD=BC^*<BC$), akkor így is belátható Bálint állításának lehetetlensége: Az ADE és CBE háromszögek hasonlók, mert AD és CB párhuzamossága miatt megfelelő szögeik egyenlők. Mivel $AD<BC$, így a rájuk merőleges magasságokra is $EE'<EE''$ (ahol E'' az E vetülete BC-n), tehát

$$AB=E'E+EE''>2EE',$$

vagyis

$$EE'<\frac{1}{2}AB<\frac{1}{2}BD=1\text{ m}.$$

2. A feladat szövegének helyesbítése előtt számos megoldó megállapította, hogy Bálint (eredeti) állítása ($EE''=1$ m) nem helytelen, hanem az árok d szélességére vonatkozóan nyújt felvilágosítást. Ugyanis ekkor (minden távolságot méterben mérve) $EE'=d-1$, Pythagorász tétele szerint $AD=\sqrt{4-d^2}$, $BC=\sqrt{9-d^2}$, és az említett hasonlóság folytán

$$\frac{EE'}{EE''}=\frac{AD}{BC},\qquad EE'\cdot BC=EE''\cdot AD.$$

Ebből, a távolságok d-vel kifejezett értékeit behelyettesítve, négyzetre emelés és rendezés után a

$$d^4-2d^3-9d^2+18d-5=0$$

egyenletre jutunk. Másrészt tudjuk, hogy $BD=2>d>EE''=1$.

Mármost az egyenlet bal oldalának értéke $d=1$ mellett $+3$, pozitív, $d=2$ mellett -5, negatív, ennélfogva valamely 1 és 2 közti d-érték mellett a bal oldal értéke 0. $d=3/2$ mellett a bal oldal $1/16$, tehát ez a d-érték kevéssel nagyobb 1,5-nél; $d\approx 1{,}507$ mellett a bal oldal már negatív és abszolút értékben kisebb 0,001-nél. Valóban, ekkor 4 tizedes jegyre $AD\approx 1{,}3149$, $BC\approx 2{,}5940$, és így $E'E=AD\cdot EE'':BC=AD:BC\approx 0{,}5069$ m. – Ez az adott esetben a szükségesnél sokkal nagyobb pontosság, hiszen a létrákat egyenesszakaszokkal helyettesítettük, holott „vastagságuk" 10 cm fölött jár. – Ezek szerint 1,5 méter széles árokban Bálint eredeti állítása helyes.