Mivel K_1 első két tagjából megkaphatjuk a második kettőt, ha v helyébe w-t írunk és a kifejezés negatívját vesszük, célszerű először az első két tag összegét alakítani át. Ehhez is először általában két 5-ik hatvány összegét alakítjuk át:

$$a^5+b^5=(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)=$$
$$=(a+b)\big[a^3(a-b)+a^2b^2-b^3(a-b)\big]=(a+b)\big[(a^3-b^3)(a-b)+a^2b^2\big]=$$
$$=(a+b)\big[(a-b)^2(a^2+ab+b^2)+a^2b^2\big].$$

Itt $a=u+v$ és $b=u-v$-vel, $a+b=2u$, $a-b=2v$, $a^2+b^2=2u^2+2v^2$, $ab=u^2-v^2$, és így az első két tag összege:

$$K_{11}=(u+v)^5+(u-v)^5=2u\big[4v^2(3u^2+v^2)+(u^2-v^2)^2\big]=$$
$$=2u(u^4+10u^2v^2+5v^4).$$

Továbbá $K_{12}=(u+w)^5+(u-w)^5=2u(u^4+10u^2w^2+5w^4)$, tehát

$$K_1=K_{11}-K_{12}=2u\big[10u^2(v^2-w^2)+5(v^4-w^4)\big]=$$
$$=10u(v^2-w^2)(2u^2++v^2+w^2)=10u(v-w)(v+w)(2u^2+v^2+w^2).$$

Ennek alapján K_2-t is írhatjuk szorzat alakban. Ha ugyanis K_1 második zárójeléből kiemelünk -1-et, $(u-v)^5=-(v-u)^5$, majd u helyett x-et, v helyett $y+z$-t és w helyett $z-y$-t írunk, K_1-ből éppen K_2 áll elő. Ezekkel $v-w=2y$, $v+w=2z$, és a jobb oldal

$$K_2=40xyz(2x^2+2y^2+2z^2)=80xyz(x^2+y^2+z^2).$$

Ez az alak igazolja az állítást.

Nagy Zsuzsa (Székesfehérvár, Teleki B. lg. I. o. t.)