

I. megoldás. Véve 2 egymás utáni hatványait, $2^8 = 256$ az utolsó, amely még kisebb 413-nál. Így ez a legnagyobb hatvány, amely az összegben még felléphet, hiszen 2-nek (és bármely pozitív számnak) minden hatványa pozitív. Ezzel a feladatot visszavezettük a $413 - 2^8 = 157$ szám 2 különböző hatványainak összegeként való előállítására. Hasonlóan

$$\begin{array}{lll} 2^7 = 128 < 157, & \text{és} & 157 - 128 = 29, \\ 2^4 = 16 < 29, & \text{és} & 29 - 16 = 13, \\ 2^3 = 8 < 13 & \text{és} & 13 - 8 = 5, \end{array}$$

végül $5 = 2^2 + 1 = 2^2 + 2^0$. Eszerint

$$413 = 2^8 + 2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 1,$$

a közbülső, elő nem forduló hatványokat is kiírva

$$413 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1,$$

végül az alapszám (a 2) hatványainak és az összeadásoknak kiírását a tízes számrendszer helyi értékes írásmódjának mintájára mellőzve

$$413 = (110011101)_2.$$

Kálmán György (Debrecen, Péterfia úti ált. isk. VIII. o. t.)

II. megoldás. A keresett kifejezés nyilván ilyen alakú lesz:

$$413 = a \cdot 2^n + b \cdot 2^{n-1} + c \cdot 2^{n-2} + \dots + m \cdot 2^2 + n \cdot 2 + p,$$

ahol az a, b, c, \dots, m, n, p együtthatók mindegyikének értéke 0 vagy 1 lehet, és pedig 1 akkor, ha 2 megfelelő hatványa fellép az összegben, különben pedig 0.

A jobb oldalon az utolsó tagot leszámítva 2 kiemelhető, tehát

$$413 = 2(a \cdot 2^{n-1} + b \cdot 2^{n-2} + c \cdot 2^{n-3} + \dots + m \cdot 2 + n) + p.$$

Ez azt jelenti, hogy a $413 : 2$ osztás maradéka a keresett kifejezés utolsó számjegyét, p -t adja meg, hányadosa pedig a zárójeles kifejezést: $413 = 2 \cdot 206 + 1$, így $p = 1$ és

$$a \cdot 2^{n-1} + b \cdot 2^{n-2} + \dots + m \cdot 2 + n = 206.$$

Most már csak a kisebb 206 számot kell kifejeznünk a kettes rendszerben és a kifejezés végére írunk a $p = 1$ jegyet. Hasonlóan 206-ot 2-vel osztva 413 utolsó előtti számjegye $n = 0$, és

$$a \cdot 2^{n-2} + \dots + m = 103.$$

A eljárást folytatva

$$\begin{array}{cccc} 103 : 2 = 51, & 51 : 2 = 25, & 25 : 2 = 12, & 12 : 2 = 6, \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 6 : 2 = 3, & 3 : 2 = 1, & 1 : 2 = 0, & \\ 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

az egymás utáni osztások maradékaiban fordított sorrendben megkaptuk a keresett kifejezés számjegyeit: $413 = (110011101)_2$.

Buócz Enikő (Miskolc, Kilián Gy. g. II. o. t.)