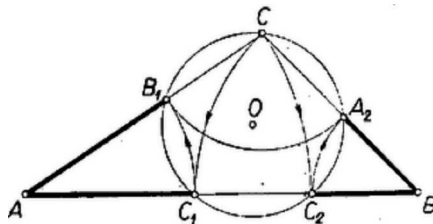


I. megoldás. Forgassuk rá AB -re a BC oldalt B körül és az AC oldalt A körül. Legyen C új helyzete C_1 ill. C_2 , ezek a feltevésnél fogva az AB oldal belsejében vannak, és a háromszög-egyenlőtlenség alapján a pontok sorrendje A, C_1, C_2, B . Nyilvánvaló, hogy D, G nem eshet az AC_1, BC_2 , szakaszokra, beleértve a C_1, C_2 végpontokat is. Ha viszont D és G a C_1C_2 szakasz belső pontjai, akkor J és F a BC szakasz belsejébe esnek, E és H pedig az AC szakasz belsejébe.



Forgassuk rá a kizárt AC_1 szakaszt A körül AC -re, BC_2 -t pedig B körül BC -re, és legyen C_1 új helyzete B_1 , C_2 új helyzete A_2 . Nyilvánvaló, hogy E, H nem eshet AB_1 -re, és J, F nem eshet BA_2 -re, beleértve a B_1, A_2 végpontokat is.

Ha most A_2B -t C körül CA -ra és B_1A -t C körül CB -re forgatjuk, A_2 és B_1 egymásba mennek át, mert $CB_1 = C_2C_1 = A_2C$. Eszerint az újabb két kizárt szakasz tovább forgatása nem zár ki a háromszög kerületéből további szakaszt, másrészt azt is látjuk, hogy a megmaradt CB_1, C_2C_1, A_2C szakaszok a forgatásokkal egymásba mennek át, tehát ezek belsejében bárhol vett kiinduló ponttal végrehajtva a 715. gyakorlat szerkesztési sorozatát, mindegyik szerkesztett pont az oldalak belsejébe esik.

Horváth József (Esztergom, Temesvári P. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Mivel a D, E, \dots, J pontok egy a beírt kör O középpontja körül írt kör kerületén vannak, szemléletesen gyorsan úgy kapjuk a kizárt szakaszokat, mint a kerületnek az O körül OC sugárral írt körön kívül eső részét. Itt C a legnagyobb szög csúcsa, ez van legközelebb O -hoz a 3 csúcs közül.

II. megoldás. A 715. gyakorlat számító megoldása alapján haladunk. D az $AB = c$ oldalon van, ha $AD = x$ -re teljesül $0 < x < c$. E az AC oldal pontja, ha $0 < x < b$. F megfelelő, ha $CF = CE = b - x < a$, azaz $x > b - a$. Így G biztosan AB -n adódik, mert az eddigi feltételek teljesülése esetén $BG = BF < a < c$. H akkor van AC -n, ha $AH = AG = c - a + b - x < AC = b$, azaz ha $x > c - a$. Ezek teljesülésével J -t és G -t a CB -n, ill. AB -n kapjuk, mert $CJ = CH = a + x - c < a$, és $BD = BJ < a < c$.

Ezek szerint x -nek kisebbnek kell lennie a talált c és b felső korlátok kisebbikénél, azaz a feltevés szerint b -nél, másrészt nagyobbak kell lennie a talált $b - a$ és $c - a$ alsó korlátok nagyobbikánál, $c - a$ -nál. Ezek éppen azt írják elő, hogy D az I. megoldás C_1C_2 szakaszán legyen.

Fiala István (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. I. o. t.)