Elegendő megmutatnunk, hogy

$$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^4=\sqrt{6400}+\sqrt{6144}+\sqrt{4800}+\sqrt{4608}.$$

A jobb oldal a gyökjelek alól való kiemelések után így írható:

$$80+32\sqrt{6}+40\sqrt{3}+48\sqrt{2}. \tag{1}$$

A bal oldali hatványt két egymás utáni négyzetre emeléssel számítjuk ki:

$$\begin{aligned}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2&=1+2\sqrt{2}+2+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}+3=\\&=6+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}.\end{aligned} \tag{2}$$

Ennek négyzete

$$36+24\sqrt{2}+8+24\sqrt{3}+8\sqrt{6}+12+24\sqrt{6}+8\sqrt{12}+8\sqrt{18}+24,$$

és ez összevonások után (1)-et adja.

Sörlei Zsuzsa (Nagykanizsa, Landler J. g. II. o. t.)

Megjegyzés. (2) négyzetre emelése egyszerűbb, ha észrevesszük, hogy szorzattá alakítható:

$$(6+2\sqrt{3})+(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})=2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)+2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})=2(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+1).$$

Így négyzete $4(5+2\sqrt{6})(4+2\sqrt{3})$, és ez beszorzással ismét (1)-re vezet.

Papp László (Jászberény, Lehel vezér g. III. o. t.)