

A leírandó számok száma $999 - 99 = 900$, jegyeik száma 2700, ezért a teljes felírás $2700 : 25 = 108$ sorra terjed. Hasonlóan az első száz szám (100-tól 199-ig) éppen 12 sort tölt meg. Ezért a 200, 300, ..., 900 számok sor elejére, a 100-as szám jegyeivel rendre egy oszlopba kerülnek; hasonló megállapítás érvényes minden olyan számpár jegyeire, amelyek csak a százás értékű jegyükben különböznek. Így az első kérdésben elég az első 12 sorra gondolnunk.

```

1 0 0, 1 0 1, 1 0 2, 1 0 3, 1 0 4, 1 0 5, 1 0 6, 1 0 7, 1
0 8, 1 0 9, 1 1 0, 1 1 1, 1 1 2, 1 1 3, 1 1 4, 1 1 5, 1 1
6, 1 1 7, 1 1 8, 1 1 9, 1 2 0, 1 2 1, 1 2 2, 1 2 3, 1 2 4,
1 2 5, 1 2 6, 1 2 7, 1 2 8, 1 2 9, 1 3 0, 1 3 1, 1 3 2, 1
3 3, 1 3 4, 1 3 5, 1 3 6, 1 3 7, 1 3 8, 1 3 9, 1 4 0, 1 4
1, 1 4 2, 1 4 3, 1 4 4, 1 4 5, 1 4 6, 1 4 7, 1 4 8, 1 4 9,
1 5 0, 1 5 1, . . . . .

```

a) Számainkban 0 csak a tízes és az egyes értékű helyen lép fel. A tízes értékű helyen álló tíz 0 az 1. és 2. sorba jut, mert e két sorba 16 számunk fér be, tehát még a 115 is a 2. sorban áll. Az egyes értékű helyen 0 először a „100” számban lép fel, az 1. sor 3. mezején. A 110, 120, 130, 140 számok 0 jegye rendre $10 \cdot 3 = 30$ mezővel hátrább következik, ami 1 teljes sort és 5 mezőnyi eltolódást jelent jobbra. Ezért 0 jegyük rendre a 2. sor 8., 3. sor 13., 4. sor 18., 5. sor 23. mezejére jut. A „150” szám 0 jegye a 6. sor 28. mezejére kerülne, de oda már nem írhatunk, ezért a 7. sor 3. mezejére jut, vagyis a „100” szám egyes értékű 0-jegye alá. Eszerint egyrészt a 6. sorban nincs 0, másrészt a „150” szám helyzetéből azt is látjuk, hogy az egyes helyi értékű jegyek már 50-enként ugyanazon oszlopban ismétlődnek. Így tovább menve csak minden hatodik sorban nem lép fel 0 jegy, összesen $108 : 6 = 18$ sorban.

b) A 100–199 közötti számokban tízes gyanánt fellépő 9-esek csak a 11. és 12. sorban állnak, mert az első 10 sor 250 mezejére 83 szám fér el, a 11. sor a „183” szám 8-asával kezdődik és hasonló számítás szerint a „191” szám 9-esével végződik. Az egyes gyanánt szereplő első 9-es (a 109-es számból) a 30. számjegy, a 2. sor 5. helyén áll. A 0-okhoz hasonlóan a 119, ..., 149 számok 9-ese a 3., 4., 5., ill. 6. sorban áll, és így az 1. és a 7. sorban nincs 9-es. Ugyanígy a 200, 300, ..., 800 kezdetű, száz tagú sorozatokban is 2–2 sor nem tartalmaz 9-est. A 900 kezdetű sorozatnak nyilván minden sorában van 9-es, tehát a 9-est nem tartalmazó sorok száma $8 \cdot 2 = 16$.

c) Az a) kérdésben láttuk, hogy az egyes helyiértékű 0-ok a 3., 8., 13., 18., és 23. oszlopokban állnak. A tízes értékűekben az első (a 100-asból) a 2. oszlopban áll, és a 101, 102, ..., 107 szám 0-a oszlopának sorszáma rendre 3-mal nagyobb: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, – tehát a 8 és 23 sorszám itt is fellép. Végül a 108 és 109-nek a 0-át az 1. és 4. oszlopba írjuk. Ezek szerint 0-t tartalmaz $5 + (8 - 2) + 2 = 13$ oszlop, és nincs 0 jegy 12 oszlopban.

d) A százás sorozatokra tett fentebbi megállapításunk alapján elég azt belátnunk, hogy az 1-es számjegy minden oszlopban fellép százás helyiértékű jegy gyanánt. A százás értékű jegyek minden 3. mezőt foglalnak el. Az 1. sor százás értékű jegyei az 1., 4., 10., ..., 25. oszlopban állnak, vagyis azon sorszámúakban, amelyek 3-mal osztva 1 maradékot adnak. A 2. sor első 1-ese a 3. oszlopban, a 3. soré pedig a 2. oszlopban áll (a 109-esből, ill. a 117-esből), ezért minden 3-mal osztható sorszámú, ill. minden a 3-mal való osztásnál 2 maradékot adó sorszámú oszlopban van 1-es. Más lehetőség a 3-mal való osztás szempontjából nincs, tehát valóban minden oszlopban találunk 1-est, és minden más 0-tól különböző számjegyet is.

Ajtai Miklós (Budapest, Rákóczi F. Gimn. II. o. t.)