I. megoldás. Világos, hogy (1)–(3)-ban sem x, y, z, sem a nevezők nem lehetnek 0-k. Vegyük az egyenletek mindkét oldalának reciprokát, osszunk a bal oldalakon tagonként, ekkor az $\frac{1}{x}=u$, $\frac{1}{y}=v$, $\frac{1}{z}=w$ ismeretlenekre első fokú egyenletrendszert kapunk:

$$\frac{x+y}{xy}=\frac{1}{y}+\frac{1}{x}=v+u=3,$$

és hasonlóan $w+v=4$, $u+w=5$.
Az első két egyenlet összegéből a harmadikat kivonva $2v=2$, azaz $v=1$, és így az első két egyenletből $u=2$, $w=3$, végül

$$x=\frac{1}{2}, \qquad y=1, \qquad z=\frac{1}{3}.$$

Makai Endre (Budapest, Eötvös J. g. I. o. t.)

II. megoldás. A fenti fogást mellőzve sem sokkal nehezebb a megoldás. Fejezzük ki x-et és z-t (1)-ből, ill. (2)-ből:

$$x=\frac{y}{3y-1}, \tag{4}$$

$$z=\frac{y}{4y-1}, \tag{5}$$

és írjuk be ezeket (3)-ba. A bal oldalt $y\neq 0$-val egyszerűsítve, majd $(3y-1)(4y-1)$-gyel bővítve

$$\frac{\dfrac{y}{3y-1}\cdot\dfrac{y}{4y-1}}{\dfrac{y}{3y-1}+\dfrac{y}{4y-1}}=\frac{\dfrac{1}{3y-1}\cdot\dfrac{y}{4y-1}}{\dfrac{1}{3y-1}+\dfrac{1}{4y-1}}=\frac{y}{7y-2}=\frac{1}{5},$$

amiből $y=1$. Most már (4) és (5)-ből $x=1/2$, $z=1/3$, és ez az eredmény mutatja, hogy a fenti bővítés megengedett volt, nem 0-val bővítettünk.

Marosi Judit (Budapest, Berzsenyi D. lg. I. o. t.)