(1)-ben 1,618 helyére mind a négy helyen 0,618-et írva (2)-t kapjuk. Célszerű ezért a két egyenlet helyett a következő, az 1,618, ill. 0,618 szám helyén a c paramétert tartalmazó egyenletet megoldani, majd az eredményben írni c helyére 1,618-et, ill. 0,618-et:

$$\frac{c+\dfrac{1}{x}}{c-\dfrac{1}{x}}=c+\frac{1}{c}.$$

Az $x=0$ és az $x=1/c$ értékekkel a bal oldalnak nincs értelme; így ezek nem gyökei az egyenletnek.

Mindkét oldalhoz 1-et adva csak a nevezőben lép fel az ismeretlen. Ekkor célszerű mindkét oldal reciprokát venni:

$$\frac{c+\dfrac{1}{x}}{c-\dfrac{1}{x}}+1=\frac{2c}{c-\dfrac{1}{x}}=c-\frac{1}{c}+1=\frac{c^2+c+1}{c},$$

$$\frac{c-\dfrac{1}{x}}{2c}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2cx}=\frac{c}{c^2+c+1}.$$

Rendezéssel és ismét a reciprokokat véve

$$\frac{1}{2cx}=\frac{1}{2}-\frac{c}{c^2+c+1}=\frac{c^2-c+1}{2(c^2+c+1)},\quad \text{végül}$$

$$x=\frac{c^2+c+1}{c(c^2-c+1)}=\frac{1}{c}\left(1+\frac{2c}{c^2-c+1}\right)=\frac{1}{c}+\frac{2}{c^2-c+1}.$$

$c_1=1{,}618$ és $c_2=0{,}618$ behelyettesítése folyamán kevesebb számolással érhetünk célhoz, ha kihasználjuk, hogy $c_1-c_2=1$, vagyis $c_1-1=c_2$, és $c_2+1=c_1$. Így ugyanis a c_1-gyel adódó x_1 második tagjának nevezője

$$(c_1^2-c_1)+1=c_1(c_1-1)+1=c_1c_2+1,\quad \text{és így}$$

$$x_1=\frac{1}{c_1}+\frac{2}{c_1c_2+1}.$$

Ugyanígy a c_2-vel adódó x_2-re

$$c_2^2-c_2+1=(c_2^2+c_2)-2c_2+1=c_1c_2+1-2c_2,\quad \text{és így}$$

$$x_2=\frac{1}{c_2}+\frac{2}{c_1c_2+1-2c_2}.$$

Mármost $c_1c_2=0{,}999\,924$. Ha x_1, és x_2-t 3 tizedes jegynyi (ezredrész) pontossággal akarjuk kiszámítani, akkor c_1c_2-t kerekítéssel 1-nek vehetjük. Ez azt jelenti, hogy a szereplő $1/c_1$ helyére kielégítő pontossággal c_2-t írhatunk, továbbá $1/c_2$ helyére c_1-et. Így

$$x_1\approx c_2+\frac{2}{1+1}=c_2+1=c_1=1{,}618,\quad \text{és}$$

$$x_2\approx c_1+\frac{2}{2-c_2}=c_1+\frac{1}{1-c_2}\approx 1{,}618+2{,}618=4{,}236,$$

vagyis (1) és (2) megoldása 3 tizedes pontossággal

$$x_1\approx 1{,}618,\qquad \text{ill.}\qquad x_2\approx 4{,}236.$$

c_1 és c_2 helyén az adott négyzetgyökös kifejezésekkel pontosan áll $c_1c_2=1$, így csak x_2 második tagját kell számítanunk:

$$\frac{1}{1-c_2}=\frac{1}{\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt5}{2}}=\frac{2(3+\sqrt5)}{9-5}=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt5}{2},\quad \text{így}$$

$$x_2=\left(\frac{\sqrt5}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt5}{2}\right)=\sqrt5+2,\quad \text{és}\quad x_1=\frac{\sqrt5+1}{2}.$$

Kovács Gergely (Győr, Czuczor G. g. I. o. t.)
Friss Ilona (Budapest, Radnóti M. g. II. o. t.)