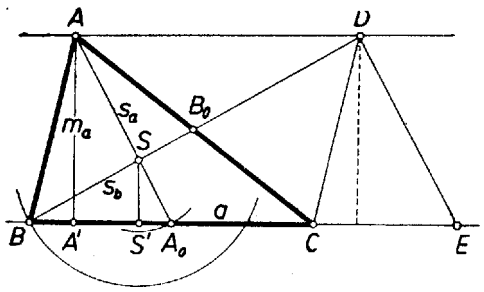
Legyen a CB és CA oldal felezőpontja A_0, ill. B_0, az $AA_0 = s_a$ és $BB_0 = s_b$ súlyvonalszakaszok közös pontja S – a súlypont –, végül A és S vetülete BC-n A', ill. S'. Így AA' az adott m_a magasság.



Ismeretes, hogy $SA_0 = s_a/3$ és $SB = 2s_b/3$. Az A_0-nál közös hegyes szöggel bíró A_0AA' és A_0SS' derékszögű háromszögek hasonlók, ezért $SS' = m_a/3$. Eszerint mindhárom adott szakaszt megharmadolva megszerkeszthetjük az SA_0B részháromszöget: egy a egyenesre egy S' pontjában állított merőlegesre felmérjük az $m_a/3$ hosszúságú $S'S$-t, majd a kapott S pont körül $SA_0 = s_a/3$, ill. $SB = 2s_b/3$ sugarú körívvel a-ból kimetsszük A_0-t, ill. B-t. Ebből C-t B-nek A_0-ra való tükrözésével, A-t pedig s_a-nak az A_0S félegyenesre való felmérésével kapjuk.

A kapott ABC háromszög megfelel, mert benne $CA_0 = A_0B$ miatt az $AA_0 = s_a$ szakasz súlyvonal, $A_0S = A_0A/3$ miatt S súlypont, ugyanezért $AA' = 3SS' = m_a$, végül $SB = 2s_b/3$ miatt $BB_0 = s_b$.

Az SA_0B háromszög megszerkeszthető, ha $s_a/3$ és $2s_b/3$ nem kisebbek $m_a/3$-nál, vagyis $s_a \geq m_a$ és $2s_b \geq m_a$. (Ha azonban mindkét feltételben egyenlőség áll, akkor a háromszög elfajul.) Általában 2 megoldás van, mert pl. A_0 gyanánt elég a körív egyik metszéspontját elfogadni; B gyanánt azonban a körívnek már mindkét metszéspontját tekintetbe kell vennünk. Csak egy megoldás van, ha a feltételek egyikében egyenlőség áll, és ha $s_a = 2s_b$, vagyis ha az SA_0B háromszög derékszögű, ill. ha egyenlő szárú SS'-vel mint tengellyel.

Róna György (Kaposvár, Táncsics M. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Hasonló megoldást kapunk, ha a magasság harmadolása helyett előbb az A_0AA' derékszögű háromszöget szerkesztjük meg s_a és m_a-ból, majd B-t, végül C-t A_0A-nak A_0-hoz közelebbi S harmadolópontjából ismét az I. megoldás szerint szerkesztjük.

S-et megszerkesztve B_0-t is megkaphatjuk: AA' felező merőlegesét metsszük az S körül $s_b/3$ sugarú körrel. Így C-t az AB_0, B-t pedig a B_0S egyenes metszi ki A_0A'-ből.

Mészáros László (Budapest, Piarista g. II. o. t.)

2. Egyetlen harmadolással is célhoz érhetünk. Messe BB_0 az A-n átmenő, BC-vel párhuzamos egyenest D-ben, és a D-n átmenő, AA_0-lal párhuzamos egyenes BC-t E-ben. Ekkor a $DABC$ és a DAA_0E idom paralelogramma, ezért egyrészt a DBE háromszög a D-ből kiinduló $2s_b$ és s_a oldalai és m_a magassága alapján megszerkeszthető, másrészt $A_0E = AD = BC$, tehát A_0 és C a BE szakasz harmadoló pontjai. Most már A-t a $DEA_0\triangle$-nek paralelogrammává való kiegészítésével kapjuk. – Itt az $SBA_0\triangle$ 3-szorosan nagyított képéből indultunk ki.

Szabó László (Budapest, József A. g. II. o. t.)